

UNIDAD 6

Transformaciones geométricas

Ya habrás descubierto que en muchas de las creaciones humanas se encuentra presente la Geometría. Desde la antigüedad se puede ver la existencia de esta ciencia en los dibujos y diseños hechos por el hombre, donde se aprecian cálculos de relaciones espaciales. Te asombrará saber que casi toda la Geometría que estudiás en la escuela sigue la misma teoría que escribió el matemático griego Euclides hacia el año 300 a.C.

En esta unidad, que es la primera de este año en la que tratarás contenidos de Geometría, trabajarás con las figuras geométricas que ya conocés para descubrir transformaciones que no modifican la forma ni el tamaño y que permiten no sólo resolver problemas sino también producir bellos diseños. Una de esas creaciones son las guardas que habrás observado, por ejemplo, en telas, tejidos, piezas de alfarería, decoración de edificios y monumentos. Las hay de variados diseños y en ellas se encuentran figuras geométricas que se repiten como si se hubiesen puesto en movimiento.

Los temas que vas a ir descubriendo a lo largo de la unidad —las transformaciones (movimientos y simetría) y los movimientos en el plano (traslación y rotación)— te van a ir dando las claves para comprender la construcción de esos diseños.

TEMA 1: TRANSFORMACIONES EN EL PLANO



Las actividades de este tema te ofrecen la posibilidad de conocer movimientos que permiten desplazar figuras en el plano sin cambiar su forma ni sus dimensiones

Consultá con tu docente cómo te vas a organizar para realizar estas actividades y cuánto tiempo le vas a dedicar a completar cada una de ellas.

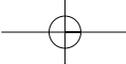


Para realizar las actividades de esta unidad necesitás un espejo de mano plano con un borde recto, papel de calcar, papel cuadriculado, cartulinas y los útiles de Geometría.



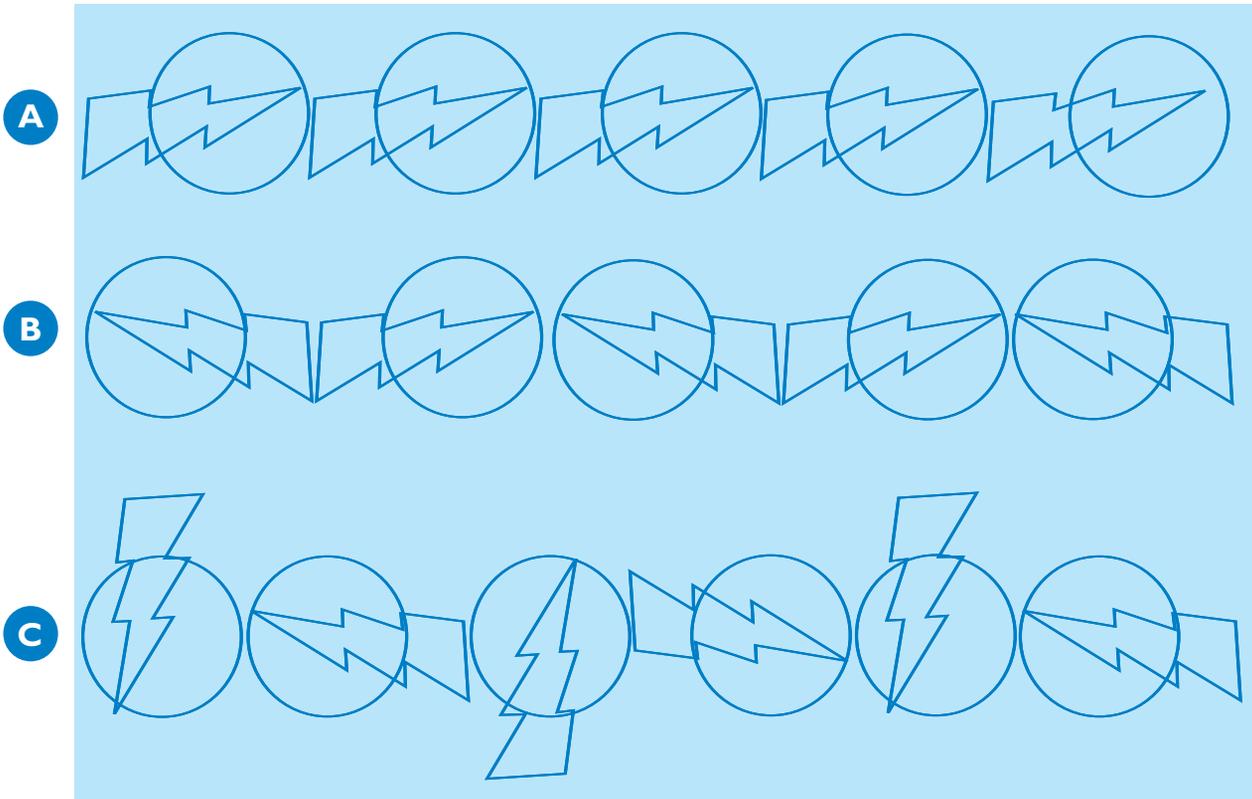
1. ¿Qué movimientos se usan para hacer guardas?

En las imágenes de esta actividad se han combinado distintos desplazamientos de figuras para construir guardas.



UNIDAD 6

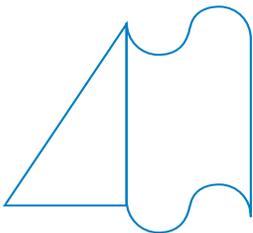
a) Observá estas guardas A, B y C.



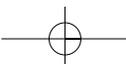
1. ¿Cuál creés que es la guarda más fácil de dibujar?, ¿y la más difícil? ¿Por qué?
2. Anotá lo que pienses. Registrá en qué se parecen y en qué se diferencian las guardas.

b) Para comprobar tus ideas vas a dibujar tres guardas con otro motivo de base al que le aplicarás los mismos desplazamientos que observaste en **a**.

1. Calcá el motivo siguiente y recortalo en cartulina para usarlo como molde.



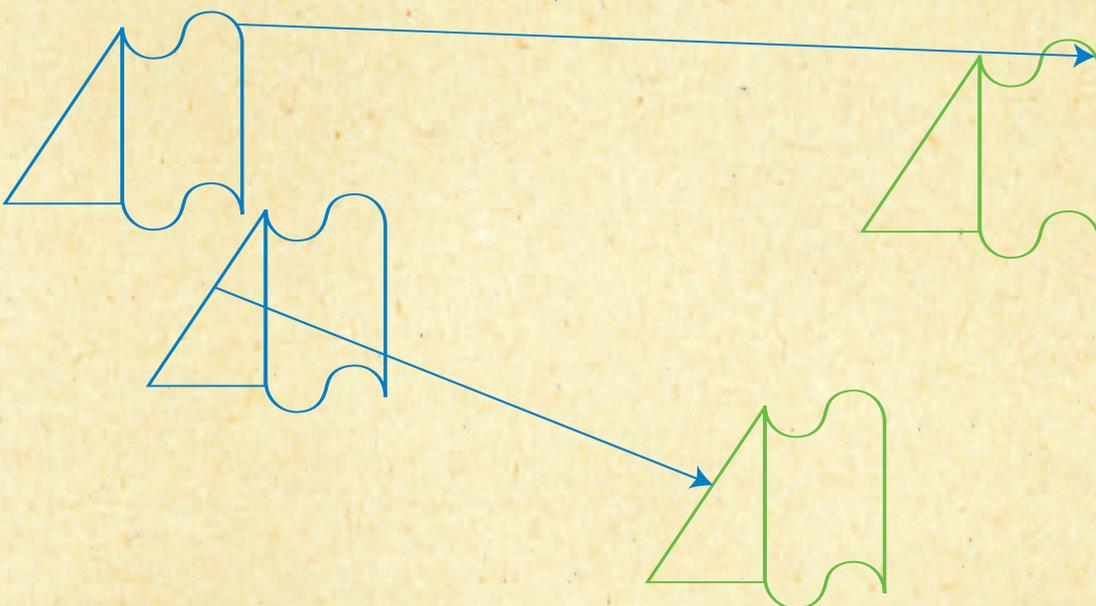
2. Pasá un lápiz por el contorno las veces que sean necesarias para dibujar guardas con movimientos similares a los que aparecen en A, B y C. Realizá cada una de los motivos en una hoja grande.
3. Anotá para cada uno qué movimientos tuviste que hacer con el molde para construirlos.



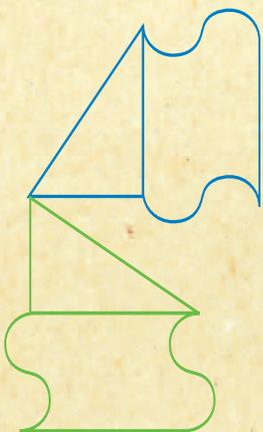
c) Lee la siguiente información y comparala con tus anotaciones:

Para formar las tres nuevas guardas hubo que trasladar el molde. En un caso fue suficiente con realizar giros; en cambio, en otro fue necesario dar vuelta el molde en el aire y dibujar el modelo como si se lo viera en un espejo.

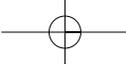
Al mover el molde deslizándolo según una dirección, sin girarlo, se obtiene una imagen de la figura inicial de la misma forma y el mismo tamaño. En matemática se dice que se ha aplicado un movimiento de **traslación**. Se lo denota mediante una flecha que indica la dirección y el sentido del desplazamiento.



En la guarda C, al girar el molde y dibujar las nuevas figuras, realizaste una **rotación**. Esta transformación tampoco modificó la forma ni el tamaño de la figura original, sólo cambió su ubicación.

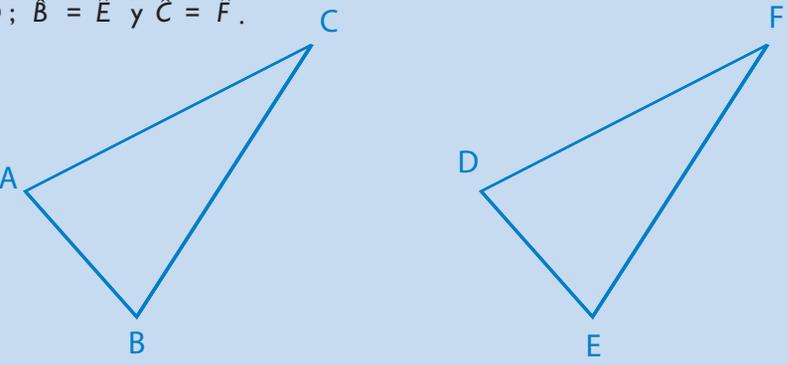


Al realizar una traslación o una rotación se obtiene una nueva figura que es la imagen de la primera. Esta imagen se puede superponer sobre el modelo original y coincide exactamente con él, pues no se modificaron su forma ni su tamaño.

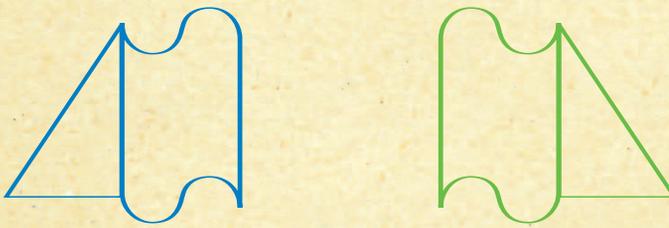


UNIDAD 6


 Cuando dos figuras que se superponen coinciden exactamente se dice que son congruentes. Por ejemplo, si dos triángulos ABC y DEF son congruentes anotamos $\hat{A}BC = \hat{D}EF$. Los lados de estos triángulos son congruentes $AB = DE$; $AC = DF$; $CB = FE$. Y también son congruentes sus ángulos $\hat{A} = \hat{D}$; $\hat{B} = \hat{E}$ y $\hat{C} = \hat{F}$.



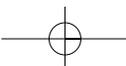
En el caso de la guarda **B**, antes de hacer traslaciones para completar la guarda, fue necesario dibujar la imagen como si estuviera reflejada en un espejo. Esa transformación también mantiene la forma y el tamaño, pero cambia el sentido de la figura. Es una **simetría**.

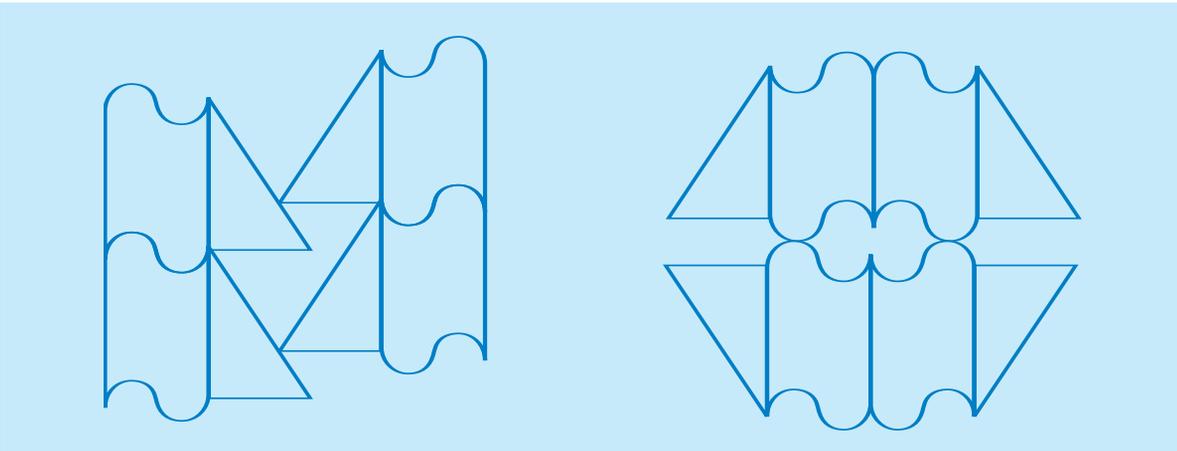


En este caso, la figura original y su imagen no resultan congruentes sino simétricas.

Las traslaciones y las rotaciones son **movimientos directos** del plano porque las imágenes tienen el mismo sentido que las figuras originales, es decir que resultan congruentes. En cambio, la simetría si bien es una transformación que no modifica las dimensiones, no se puede considerar un movimiento en el plano porque, para obtener la imagen simétrica de una figura, es necesario “darla vuelta” y cambiar su sentido.

d) Observá estas figuras e imaginá qué transformaciones hay que aplicarle al modelo que ya usaste en la consigna **b** para formarlas. ¿Identificás traslaciones? ¿Creés que será necesario hacer rotaciones?, ¿y simetrías? Anotá tus observaciones.





Para verificar tus notas puedes reproducir las figuras en papel de calcar.

En las actividades que siguen verás cómo definir con precisión estas transformaciones: los movimientos de traslación y rotación, y además, la simetría. Vas a tener oportunidad de expresar vos mismo tus observaciones y después compararlas con formas de expresarlas simbólicamente a través del lenguaje matemático.

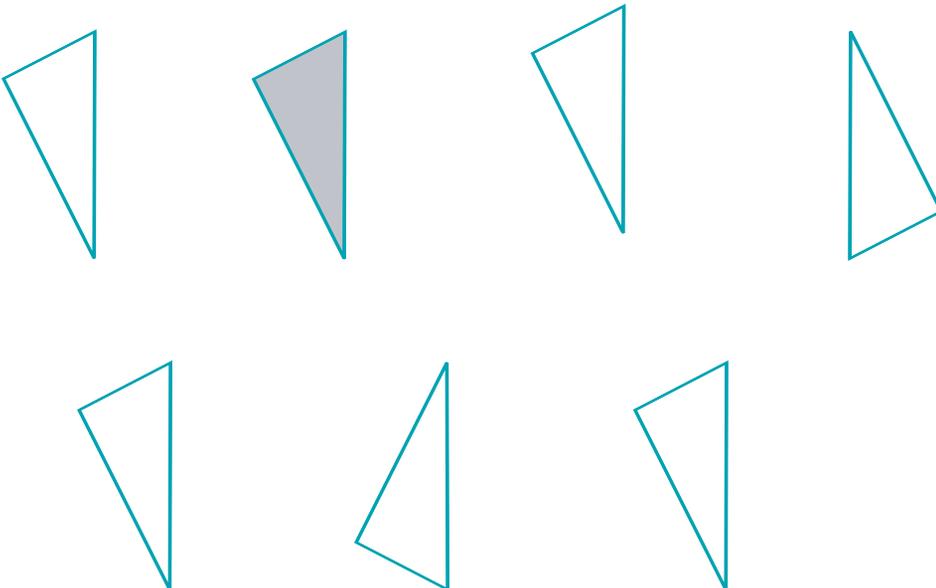
Recordá tener a mano los materiales que te fueran pedidos con antelación.



2. ¿Cómo se indican las traslaciones?

En la actividad anterior aprendiste a mover figuras para obtener imágenes sucesivas. Ahora aprenderás cómo se indican esos movimientos.

a) Calcá los siguientes triángulos en una hoja de papel de calcar y descubrí qué figuras son el resultado de aplicar traslaciones a la figura sombreada. Marcálas con un color.





UNIDAD 6

b) Señalá mediante flechas en tu dibujo calcado en qué dirección y sentido se hicieron las traslaciones. La flecha debe partir de un punto del triángulo original y llegar al punto correspondiente en la imagen que resulta de aplicar el movimiento.



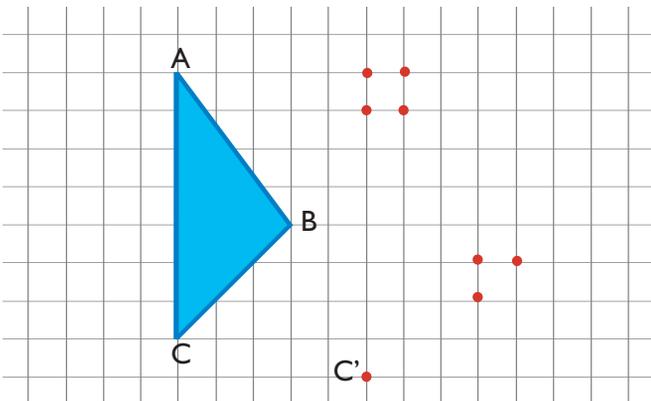
c) Dibujá una figura, llamala **A** y otra **I** que sea una transformación de **A**. Copiá la figura **A** en una hoja cuadriculada y recortá en cartulina la figura **I**; luego seguí los siguientes pasos.

1. Entregá la hoja con el dibujo **A** y el recorte de cartulina **I** a un compañero. Dale instrucciones por escrito para que este compañero, sin ver tu carpeta, pegue la figura de cartulina de modo que las figuras **A** e **I** en su hoja puedan superponerse exactamente con las figuras **A** e **I** dibujadas en tu calco. Para eso es necesario que las instrucciones sean muy precisas.

2. Si las figuras no quedaron como en tu calco, tratá de descubrir qué falló y revisá con tu compañero las instrucciones y el dibujo.

3. En cualquier caso, comentá el resultado de esta experiencia con tu docente.

d) En la figura siguiente, tres de los puntos marcados son los vértices del triángulo que se obtiene al realizar una traslación del triángulo **ABC**.



1. El punto **C'** es el trasladado que corresponde al punto **C**. ¿Cuáles son los que corresponden a los vértices **A** y **B** por la misma traslación? Descubrilos y señalalos con las letras **A'** y **B'**.

2. Anotá cómo te diste cuenta y después compará tu explicación con la información siguiente; si te parece necesario, modificá tu explicación.

Para trasladar una figura se necesita indicar con precisión el movimiento que se desea aplicar.

Por ejemplo, si se trabaja sobre un papel cuadriculado se puede indicar una traslación señalando que cada punto de la figura se desplazará 5 unidades a la derecha y 1 en sentido vertical hacia abajo. Si se tiene como referencia un par de ejes perpendiculares x e y se anota: $T = 5i + (-1)j$. En esa notación la letra i indica las unidades del desplazamiento en la misma dirección del eje de las x , y la letra j indica las unidades del desplazamiento vertical en la dirección del eje y .

e) Antes de iniciar la próxima actividad escribí en tu carpeta una síntesis de lo que aprendiste sobre traslaciones. Anotá las ideas que consideres más importantes y mostrale tu trabajo al docente.



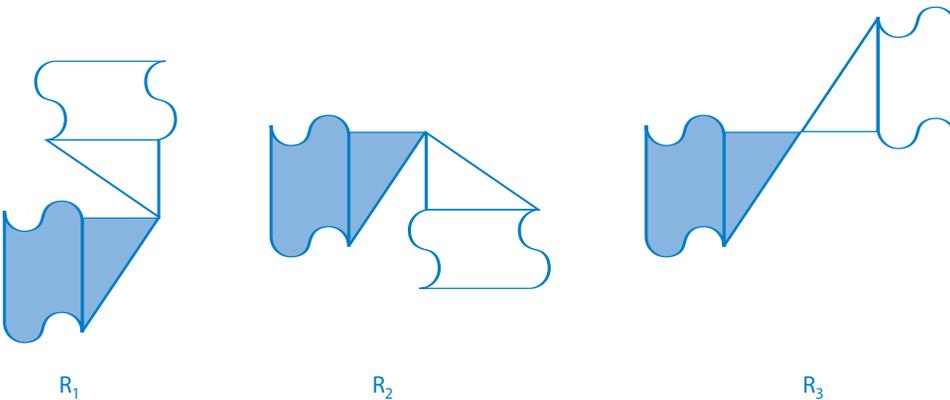
3. ¿Cómo se indican las rotaciones?

Tal como se planteó en la actividad anterior, una traslación se puede indicar gráficamente por medio de una flecha y también algebraicamente mediante una expresión que es la suma de dos términos: el número de unidades que un punto se debe trasladar en el sentido del eje x (i) y el número de unidades que se debe trasladar en el sentido del eje y (j). Ahora vas a estudiar cómo se indican las rotaciones.



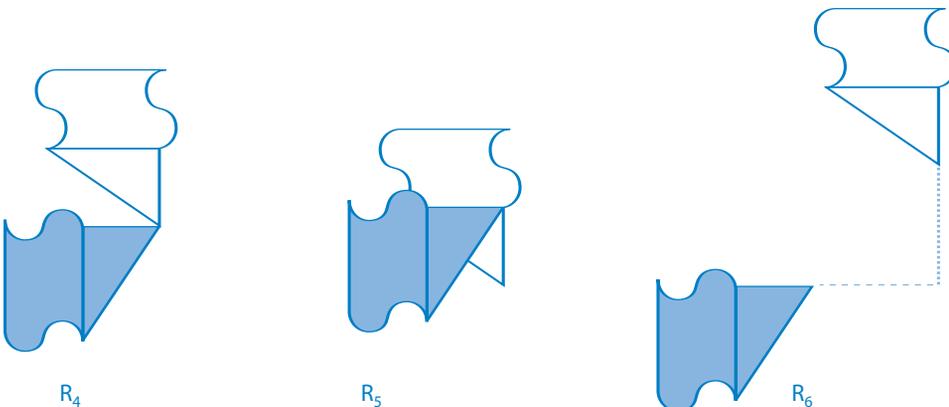
Para las actividades del tema siguiente vas a necesitar nuevamente un espejo rectangular y los útiles de Geometría.

- a) Revisá las anotaciones que hiciste en la actividad 1 al realizar la guarda C. ¿Qué considerarás que es necesario anotar para describir una rotación?
- b) Observá estas rotaciones. Los giros se hicieron siempre en el mismo sentido que las agujas del reloj. Escribí en qué se parecen y en qué se diferencian.



1. Si no observás la diferencia, calcá sobre papel transparente una figura como la del modelo. Para hacerla girar, pinchá con un alfiler o una chinchete sobre una madera para obtener la imagen de la figura sombreada por las rotaciones R_1 , R_2 y R_3 . Observá con atención el lugar en que pinchás el papel y el giro que realiza la figura original sombreada para superponerse con la imagen.

- c) Compará ahora R_1 con R_4 , R_5 y R_6 . ¿Qué se mantiene igual y qué cambia en cada caso?

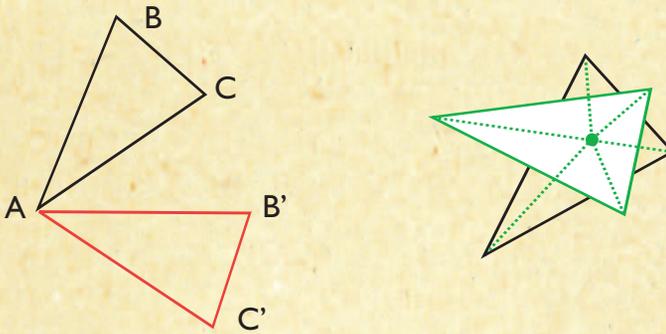


UNIDAD 6

d) Leé la siguiente información y comparala con tus notas.

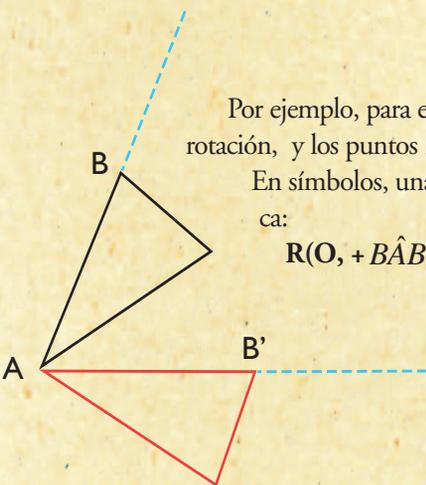
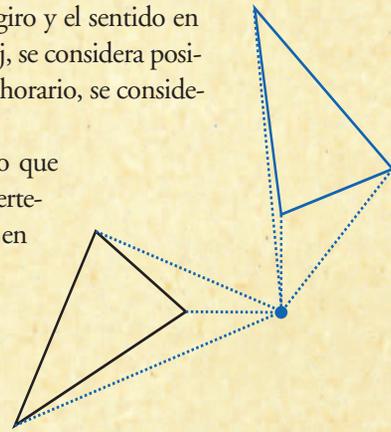
Como habrás notado, hay un punto alrededor del cual giran las figuras. Este punto que queda fijo se llama **centro de rotación**. En este caso, el centro de rotación es un punto A de la figura, y por lo tanto coincide con su imagen A' . La distancia de cualquier punto de la figura original al centro es la misma que la de su correspondiente por la rotación. Por ejemplo $BA = B'A$ y $CA = C'A$.

A veces, el centro de rotación es un punto que no pertenece a la figura, como en R_6 , o que no corresponde a ninguno de sus vértices, como en R_5 .



Además del centro hay que definir la amplitud del **ángulo** de giro y el sentido en que se realiza. Si el sentido de la rotación es el de las agujas del reloj, se considera positivo y se indica con el signo $+$; en caso contrario, el sentido es antihorario, se considera negativo y se indica con el signo $-$.

Para medir el ángulo de rotación hay que considerar el ángulo que tiene como vértice el centro de la rotación y además, a sus lados pertenece un punto cualquiera de la figura inicial y su correspondiente en la imagen.



Por ejemplo, para estas rotaciones consideramos el punto A como vértice y centro de rotación, y los puntos B y su correspondiente B' pertenecientes a los lados del ángulo.

En símbolos, una rotación de centro O y ángulo BAB' en sentido positivo se indica:

$R(O, +B\hat{A}B')$ o bien $R(O, B\hat{A}B')$ porque se puede omitir el signo $+$ delante del ángulo.

TEMA 2: SIMETRÍA

En las actividades anteriores utilizaste lenguaje matemático para indicar simbólicamente las traslaciones y las rotaciones. En el caso de las traslaciones es suficiente con indicar el desplazamiento de cada punto mediante un par de coordenadas x e y ; en cambio, una rotación queda bien determinada indicando el centro, el ángulo y el sentido (positivo o negativo) en el que se hace la rotación.

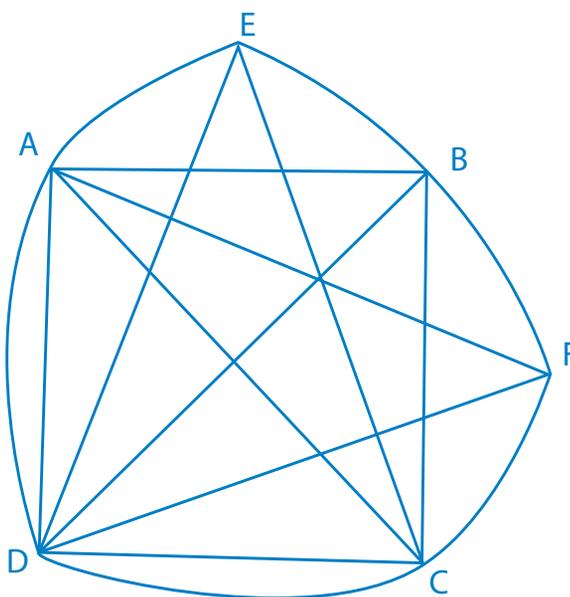


En la actividad que sigue vas a identificar simetrías. Recordá traer los materiales solicitados anteriormente.



4. ¿Cómo se indican las simetrías?

a) Apoyá el borde de un espejo rectangular sobre cualquiera de las líneas marcadas en el dibujo siguiente.

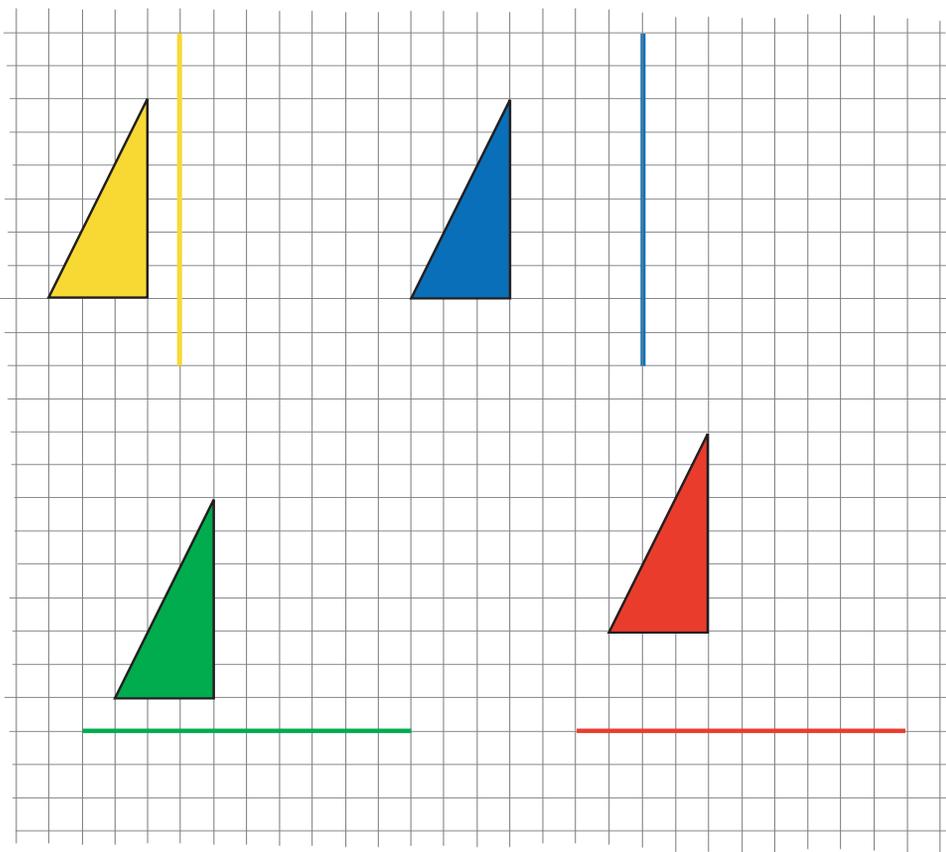


1. Observá la imagen que se refleja y comparala con la parte del dibujo que queda oculta por el espejo. Fijate si coincide.
2. Anotá tus observaciones en la carpeta.

b) Copiá los dibujos de la página siguiente sobre una hoja cuadrículada de la siguiente manera.

1. Dibujá sobre la cuadrícula las imágenes que se ven al apoyar el espejo sobre las líneas marcadas.

UNIDAD 6



2. Para comprobar si tu dibujo es correcto, calcá los contornos de las figuras y las líneas remarcadas.
3. Si al doblar el papel de calco por la línea las figuras coinciden y el dibujo muestra la imagen del espejo, tu dibujo está bien realizado.
4. Si al doblar el papel los dibujos no coinciden, tratá de descubrir cómo modificarlo para que coincidan.
5. En cualquier caso, mostrale tu trabajo al docente.

c) Leé esta explicación y buscá los elementos que se describen en la figura que realizaste en el punto anterior.

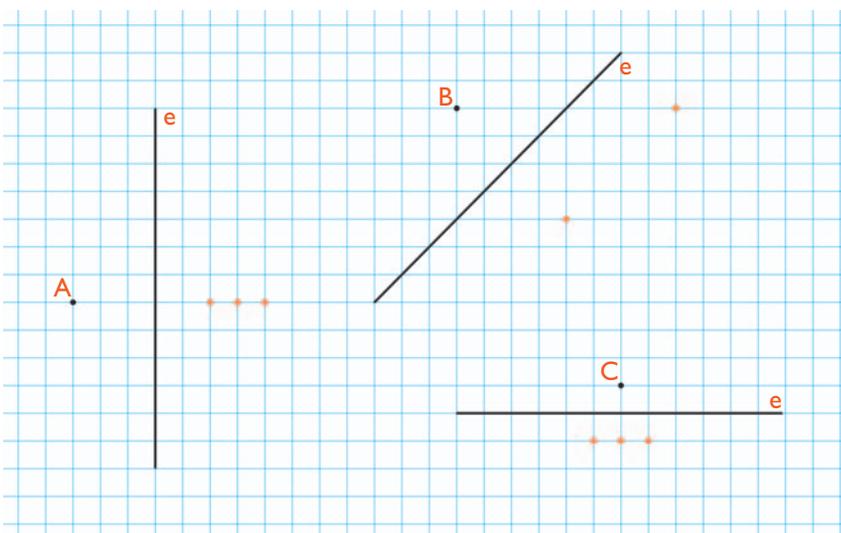
A cada punto de la figura le corresponde un punto que es su simétrico con respecto al eje:

H es el simétrico del punto G con respecto al eje e ;

T es el simétrico del punto M con respecto al eje e .

En este caso, decimos que la figura es **simétrica** con respecto a esa línea que llamamos **eje de simetría**.

d) Reconocé en la figura siguiente para cada uno de los puntos A, B y C cuál de los puntos marcados es su simétrico con respecto al eje e . Indícalo con A' , B' y C' en cada caso. Compará tu trabajo con el de un compañero. Anotá en tu carpeta las conclusiones de esta experiencia.



e) Leé atentamente la información siguiente que define el simétrico de un punto usando el lenguaje matemático y comparala con las conclusiones que escribiste.



Dos puntos son **simétricos** respecto de un **eje** si se encuentran sobre una misma recta perpendicular al eje y a la misma **distancia** de él. Para expresar en símbolos una simetría de eje e , se indica $S(e)$.

La distancia de un punto a una recta se toma en la dirección perpendicular a la recta. Si bien es posible medir con regla las distancias OA y OA' , esta medida es aproximada y la lectura en la regla puede introducir un error no deseado. El uso del compás es más preciso porque no es necesario medir, basta verificar que las distancias sean iguales.

f) ¿Cómo encontrarías el simétrico de un segmento? ¿Y el de un triángulo?

1. Comentá con un compañero o tu docente la manera que pensaste e intentá verificarla. Si no se te ocurre una forma para hacerlo, volvé a observar las imágenes que dibujaste usando el espejo. Marcá los vértices de las figuras y relacioná esos dibujos con la información anterior.



En la actividad siguiente podrás aplicar lo que aprendiste en esta unidad. Antes de resolverla, seguramente te será útil revisar las actividades anteriores. Podés releer los textos destacados y también volver a analizar los gráficos.



UNIDAD 6



A

5. Diseños, simetrías y movimientos

a) Volvé a observar las guardas de la actividad 1. Elegí alguna, identificá la figura original y describí las transformaciones sucesivas que se le aplicaron para construirla usando la notación que aprendiste.

b) Te proponemos un ejercicio divertido: “¿Qué dice aquí?”. Podés usar un espejo para explorarlo y después resolvé las consignas que siguen.

¿NEBLE

1. ¿Cómo lo descubriste? Explicalo en tu carpeta.
2. Escribí tu nombre u otras palabras en un papel y sorprendé a tus compañeros con el “lenguaje de los espejos”.

Para finalizar

Como se planteó en el texto que presenta la unidad, esta fue la primera unidad de este año en la que trabajaste sobre contenidos de Geometría. Los temas que en ella se desarrollan te habrán resultado familiares porque ya los abordaste en la unidad 9 del *Cuaderno de estudio 1*. En esta oportunidad se trata de que amplíes tu capacidad de producir imágenes que ilustren o representen determinados conceptos y también tu capacidad de realizar ciertas lecturas visuales a partir de representaciones.

Resolviendo estas actividades profundizaste tus conocimientos acerca de las transformaciones en el plano. Por un lado —traslaciones y rotaciones— que dejan invariantes la forma y el tamaño de las figuras y reciben el nombre de movimientos directos porque no alteran el sentido de las formas orientadas. Las imágenes que se obtienen a partir de estos movimientos directos son congruentes con las figuras originales, vale decir que pueden superponerse exactamente mediante un deslizamiento que no salga del plano. Por otro lado, estudiaste también otras transformaciones, las simetrías, que si bien conservan el tamaño y la forma de las figuras, cambian su orientación de modo que de una figura y su imagen por una simetría no se puede decir que sean congruentes sino simétricas.

Al trabajar sobre rotaciones reafirmaste la importancia de tener en cuenta la orientación de los ángulos, en sentido positivo cuando su amplitud aumenta en el mismo sentido que las agujas del reloj, o bien en el sentido contrario, llamado también negativo. Además, tuviste oportunidad de apreciar otra vez el uso del compás en la determinación de distancias iguales.

No hay duda de que al terminar tu trabajo con esta unidad estás en condiciones de realizar creativos diseños, resolver problemas y expresar lo que aprendiste sobre las figuras y los movimientos utilizando el lenguaje matemático adecuado.

DESAÍOS MATEMÁTICOS

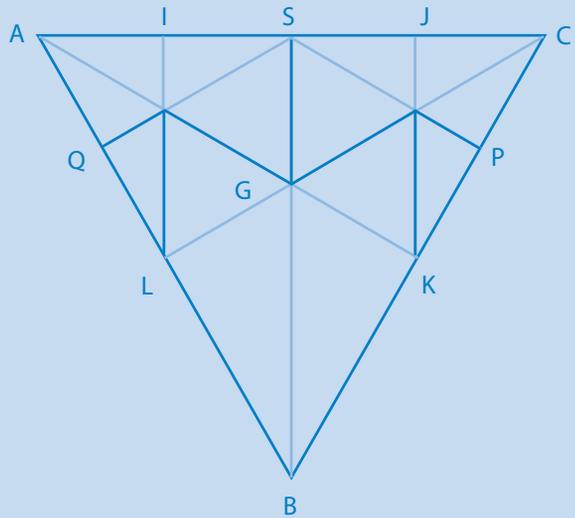
1. Una estrella de seis puntas

Se trata de construir, en cartón o cartulina, un rompecabezas para que a partir de un triángulo equilátero puedas armar una estrella de seis puntas.

Aquí van algunos datos:

- L es el punto medio de AB .
- Q es el punto medio de AL .
- G es el baricentro.

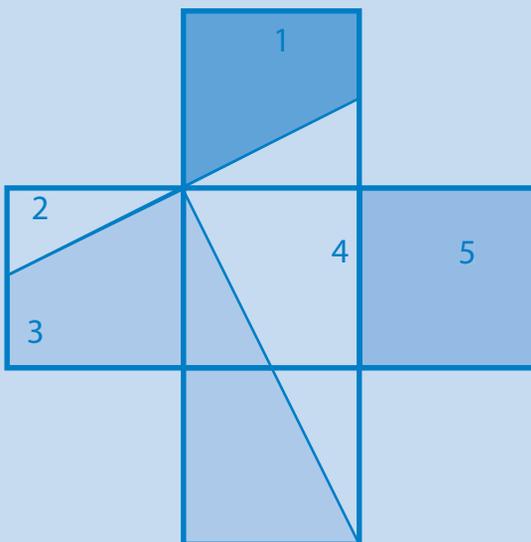
Cuando muevas las piezas, anotá qué movimientos les aplicás.



2. Un rompecabezas en cruz

Construí un rompecabezas como este haciendo dos cortes perpendiculares y usá las cinco piezas como moldes para formar un cuadrado, un rectángulo o un triángulo rectángulo.

En cada caso, anotá los movimientos que le aplicás a las piezas.





UNIDAD 6

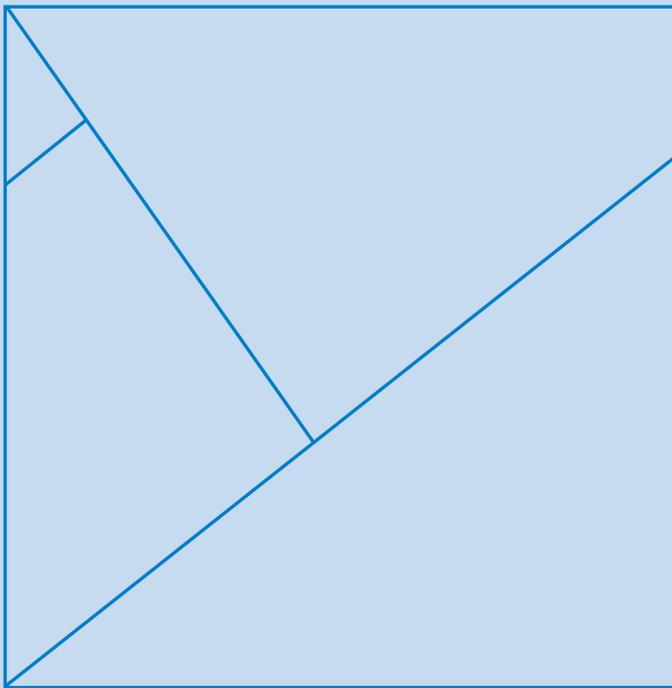
3. Con dos cuadrados

Construí un rompecabezas cuadrado de cuatro piezas como se indica en la figura y con esas piezas armá dos cuadriláteros diferentes.

Algunos datos:

- El cuadrado es de un dm^2 .
- El cateto menor del triángulo rectángulo mayor mide 7,5 cm.
- La hipotenusa del triángulo rectángulo más pequeño mide 2,5 cm.

Anotá los movimientos que aplicás a las piezas.



4. A pensar

Tres pueblos necesitan construir un pozo para abastecerse de agua. Cada intendente desea que las conducciones de agua hasta su pueblo no sean más largas que las de cualquiera de sus vecinos; por ello han decidido perforar en un lugar que se encuentre exactamente a la misma distancia de los tres. ¿Cuál sería la ubicación?

P_1 ●

P_3 ●

P_2 ●