

# UNIDAD 16

## Lugar geométrico

Hasta ahora estudiaste figuras geométricas definiéndolas a partir de determinadas relaciones entre sus elementos característicos: puntos, segmentos, ángulos. Pero, ¿alguna vez se te ocurrió pensar que los puntos de una recta, de un cuarto de círculo y de la bisectriz de un ángulo tienen algo en común? La pregunta te puede parecer extraña porque se refiere a elementos muy diferentes, pero a medida que avances en el estudio de esta unidad podrás comprender un concepto matemático, el de lugar geométrico, que comprende de modo general figuras del plano que a primera vista no parecen tener nada en común.

Es probable que nunca antes hayas oído mencionar la expresión lugar geométrico como un contenido matemático escolar. Se trata de un concepto muy amplio en el que cobran nuevo significado casi todos los temas de Geometría que viste hasta ahora y, además, te va a permitir definir espacios, gráfica y simbólicamente, que de otro modo no podrían identificarse con la misma precisión.



Para estudiar lugares geométricos, en esta unidad realizarás actividades relacionadas con figuras formadas por puntos que cumplen determinadas condiciones referidas a su posición.

El lugar geométrico es un concepto cuyo significado y aplicación irás comprendiendo a través de las actividades de esta unidad. Pero como pasa con muchos conceptos generales en Matemática, es conveniente precisar a qué nos referimos. Por eso, en la primera actividad vas a encontrar la definición de lugar geométrico a partir de un ejemplo, y a continuación las actividades te van a ir guiando hacia un análisis en profundidad para entender sus características y su utilidad.



Para realizar estas actividades necesitarás útiles de Geometría, tijera, papel en blanco, piolín, algunas chinchas.



### 1. El perro atado

Para definir qué es un lugar geométrico vas a pensar en una situación familiar: si en un terreno rectangular un perro está atado a una estaca con una soga de 8 m de longitud, y la pregunta es cuál es la zona del terreno por la que el perro puede corretear, indudablemente la respuesta depende del lugar en el que esté la estaca. Si se halla sobre el contorno, o en el centro del terreno, o en una esquina, quedarán determinadas distintas zonas por las que el perro se podrá mover. En este ejemplo, la condición determina para esas zonas que los puntos deben estar dentro del terreno y a una distancia de la estaca igual o menor que 8 m. Los puntos que cumplen esa condición constituyen un “lugar geométrico”. La manera de definir la propiedad, en este caso, la distancia a la estaca, determina el lugar geométrico y todos los puntos que la cumplen, es decir, los que están a 8 m o menos, pertenecen a él. Para ayudarte a visualizar esta situación podés dibujarla en tu carpeta. Luego profundizarás sobre esta situación y sus posibles soluciones.

Para abordar el “problema del perro atado” realizarás algunas construcciones que te ayuden a comprender que un **lugar geométrico** es un conjunto de puntos del plano que satisfacen una propiedad determinada.


**UNIDAD 16**

a) Trabajá en tu carpeta. Marcá sobre tu hoja un punto  $O$ .

1. Dibujá 4 puntos que se encuentren a 3 cm de  $O$  y luego respondé las preguntas.

- ¿Hay otros puntos que estén a esa misma distancia de  $O$ ?
- ¿Podés usar el compás para marcarlos a todos? ¿Por qué?
- ¿Hay algún punto que esté a 3 cm de  $O$  y no pertenezca a la circunferencia que dibujaste?



Una circunferencia es el **lugar geométrico** de todos los puntos que se encuentran a la misma distancia de otro, llamado centro. Si un punto del plano está a esa misma distancia del centro, entonces pertenece a la circunferencia. El radio de la circunferencia es la distancia de cualquiera de los puntos de la circunferencia al centro.

Este enfoque, que define a la circunferencia como un “lugar geométrico”, presta especial atención al hecho de que todos los puntos que pertenecen al lugar tienen la misma propiedad y, recíprocamente, que todo punto que tenga esa propiedad pertenece al lugar.

b) Resolvé el siguiente problema.

Si en un terreno rectangular de 20 m por 40 m se ata un perro a un poste con una soga de 8 m de largo, ¿cuál es la zona del terreno por la que el perro puede corretear?

1. Para resolverlo hacé un croquis a escala para tres posiciones diferentes en las que se puede colocar el poste, por ejemplo:

- en un vértice del terreno,
- sobre uno de los lados del terreno,
- en el centro del terreno.

2. Describí con tus palabras los lugares geométricos que determinaste en cada caso y luego compará tus croquis con los de tus compañeros.

3. Escriban entre todos un párrafo que dé cuenta de la solución del problema.



c) Copiá en tu carpeta la siguiente observación debajo del párrafo anterior.

Establecida una condición referida a distancias, se llama **lugar geométrico** a la figura cuyos puntos cumplen con la condición dada y, a la vez, si un punto cumple con la condición, ese punto pertenece al lugar geométrico.

d) Ahora que ya sabés qué es un lugar geométrico, vas a aplicar ese concepto a la definición de figuras que ya estudiaste. Los siguientes listados se refieren a lugares geométricos que ya conocés. Están desordenados. Copiá en tu carpeta cada definición completándola como corresponde e ilustrá cada una con una construcción apropiada.

El lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos de un segmento...

...es la base media.

El lugar geométrico de los puntos que equidistan de uno llamado centro...

...es la bisectriz.

El lugar geométrico de los puntos que equidistan de los lados de un ángulo...

...es la mediatriz.

El lugar geométrico de los puntos que equidistan de los lados opuestos de un rectángulo...

...es una circunferencia.



En las actividades que siguen vas a aplicar el concepto de lugar geométrico a situaciones de la vida cotidiana. Debés usar los útiles de Geometría con la mayor precisión posible.

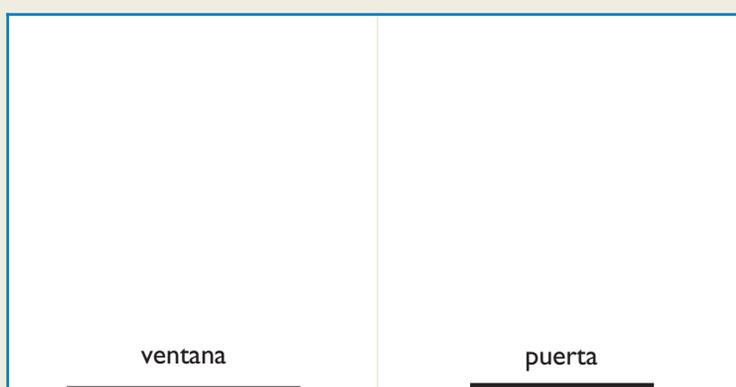


## 2. Lugares geométricos en espacios reales

a) Teniendo en cuenta el siguiente problema, realizá lo que se indica.

Los alumnos de una escuela han decidido ubicar una planta en una maceta para observarla en el rincón de ciencias. Para que reciba suficiente luz, la pueden colocar hasta a 2 m de distancia de la ventana. El siguiente es el plano del aula:

Escala: 1,5 cm = 1 m

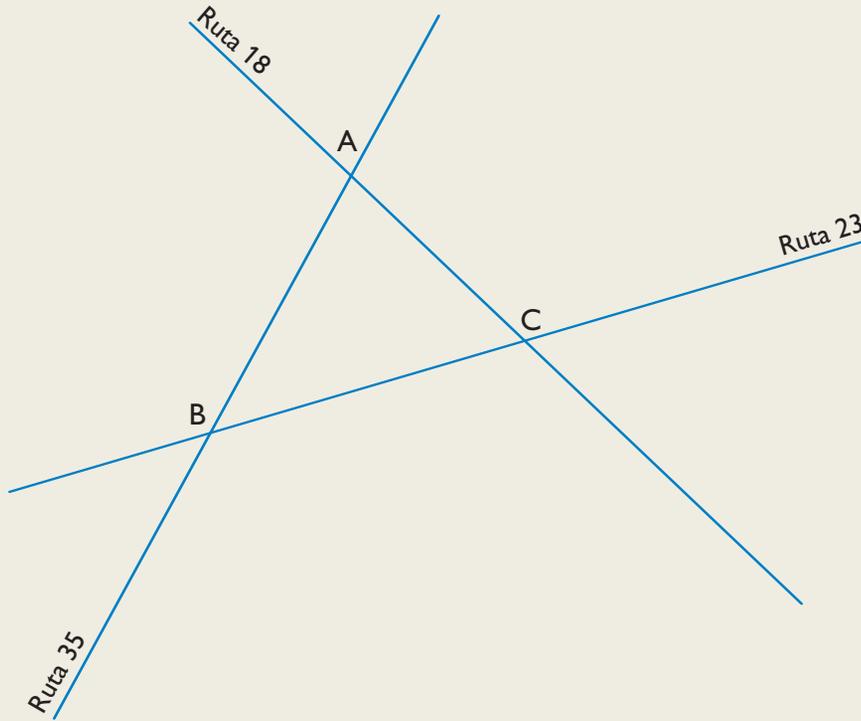


1. Copiá el dibujo en tu carpeta y resolvé el problema gráficamente.
2. Sombrea la zona en la que los chicos pueden colocar la planta.
3. Dibujala con la mayor precisión posible.
4. Describí el lugar geométrico que queda determinado.

**UNIDAD 16**

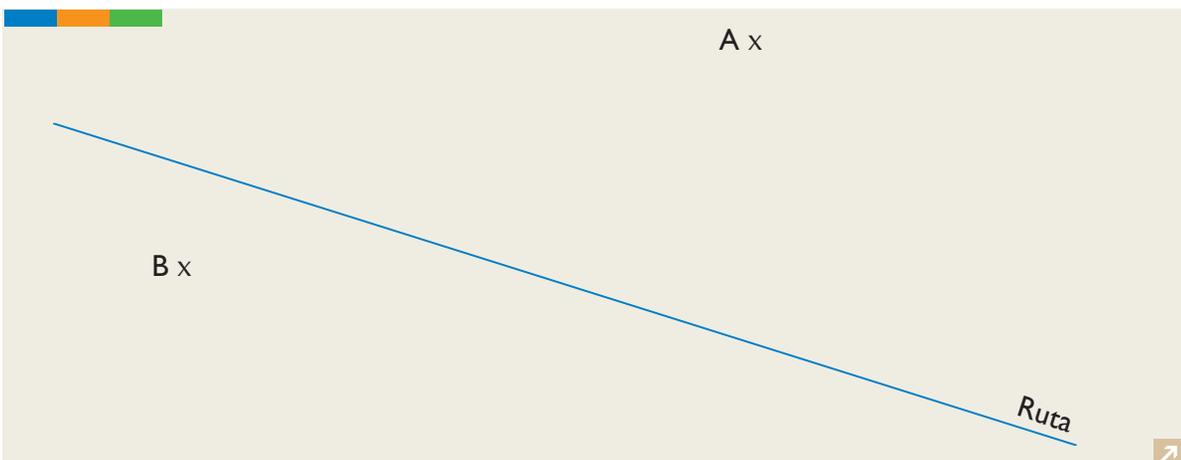
**b)** Buscá la solución para el siguiente problema.

¿Dónde debe colocarse una antena para que esté a la misma distancia de las rutas provinciales 23, 35 y 18, que unen los tres pueblos A, B y C representados en el esquema?



- Copiá el dibujo en tu carpeta y resolvé el problema gráficamente. Dibujá con la mayor precisión posible.
- Explicá detalladamente cómo resolviste el problema y describí el lugar geométrico que quedó determinado.

**c)** ¿En qué punto de una ruta hay que ubicar una estación de servicio de modo que se encuentre a la misma distancia de los pueblos A y B?



1. Copiá el dibujo en tu carpeta y resóvelo gráficamente. Dibujá con precisión.
2. Explicá en detalle cómo resolviste el problema y describí el lugar geométrico que quedó determinado.



### 3. Otros problemas con lugares geométricos

a) Resolvé la siguiente situación.

Juan está dibujando un plano en un papel rectangular de 12 cm de largo por 8 cm de ancho. A cada vértice le puso un nombre, A, B, C y D. Juan dibujó el lugar geométrico de los puntos que están a la misma distancia de AD que de BC. Luego, dibujó el lugar geométrico de los puntos que están a la misma distancia de AB que de AD.

1. Dibujá el rectángulo, con una escala adecuada.
2. Mostrá los dibujos que hizo Juan. Describí los lugares geométricos que determinó con sus dibujos.
3. Indicá con color, claramente, el punto  $P$  del rectángulo ABCD que equidista de los lados AB, AD y BC y respondé:
  - El punto  $P$  ¿equidista de todos los vértices del rectángulo? ¿Por qué?
4. Medí AP y escribí su medida aproximada al milímetro. Comparala con la mitad de una diagonal de ABCD.
5. El punto de intersección de las diagonales ¿a qué lugares geométricos pertenece?

b) Dibujá un rectángulo ABCD, de 8 cm · 12 cm.

1. Marcá el lugar geométrico de los puntos que están a 5 cm del punto D.
2. Señalá el lugar geométrico de los puntos que están a la misma distancia del lado AB que del lado DC.
3. Sombrea el lugar geométrico que contiene los puntos que están a más de 5 cm de D y más cerca de DC que de AB.
4. Nombrá un punto del rectángulo que no pertenezca a ese lugar geométrico y explicá por qué no posee la propiedad característica de ese lugar.

c) Trazá una circunferencia y luego un segmento tangente a la circunferencia de modo que su punto medio sea el punto de tangencia.

1. Hallá el lugar geométrico de los extremos de los segmentos que cumplen la misma condición de tangencia y tienen igual longitud que el segmento que dibujaste.
2. Explicá paso a paso cómo resolviste el problema y describí el lugar geométrico que quedó determinado.



## UNIDAD 16



A través de las actividades que realizaste pudiste vincular muchos conocimientos de Geometría que ya poseías con problemas que se presentan en la vida real y con otros nuevos problemas geométricos. Ahora lee la sección “Para finalizar” para estar seguro de haber comprendido todos los conceptos.

### Para finalizar

En esta unidad aprendiste que un lugar geométrico es un conjunto de puntos del plano que satisfacen una propiedad determinada. Por lo tanto, si  $L$  es un lugar geométrico definido por la propiedad  $P$ , se verifica que:

- Todo punto de  $L$  posee la propiedad  $P$ .
- Todo punto que posee la propiedad  $P$  pertenece a  $L$ .

La segunda condición se puede sustituir por otra expresión equivalente:

- Todo punto que no pertenece a  $L$  no posee la propiedad  $P$ .

Establecida una propiedad y para determinar cuál es el lugar geométrico, esto es, cuál es el conjunto de puntos que satisface esa propiedad, juega un rol muy importante la construcción con útiles de Geometría. Para solucionar problemas referidos a lugares geométricos, tené presente siempre realizar la tarea con la siguiente secuencia:

1. Comprender bien la condición que se debe satisfacer.
2. Trazar cuatro o cinco puntos que satisfacen esa condición.
3. Predecir la figura geométrica cuyos puntos satisfacen la condición.
4. Constatar si esa predicción es verdadera o no.
5. Restringir, si fuera necesario, la figura encontrada a las condiciones del problema; por ejemplo, limitar la recta a un segmento o la circunferencia, a un arco.

La aplicación de esta secuencia te habrá permitido encontrar, por ejemplo, que el lugar geométrico de los extremos de los segmentos de igual longitud que son tangentes a una circunferencia es otra circunferencia exterior que tiene el mismo centro.

Con esta unidad termina tu trabajo con los temas del Cuaderno de estudio 2; muchos de ellos se retomarán en el Cuaderno de estudio 3 para que, sobre la base de lo que ya sabés, puedas ampliar tus conocimientos de Matemática y así comprender y explicar mejor el mundo que te rodea, encontrar soluciones a problemas prácticos que tengas que resolver y mejorar tu capacidad para comunicar situaciones en lenguaje simbólico.

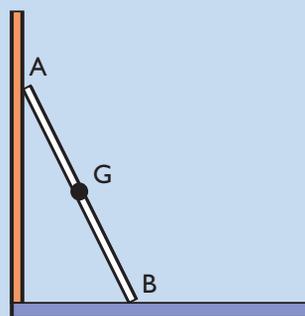
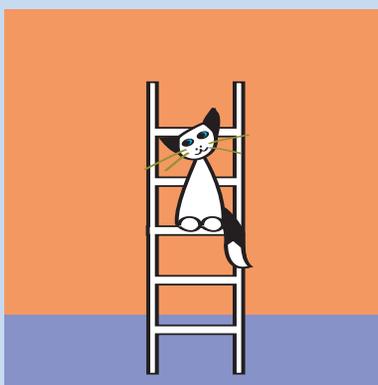
A continuación, podrás resolver los últimos desafíos de este año. Volverás sobre lugares geométricos y también encontrarás juegos con números y letras.

## DESAFÍOS MATEMÁTICOS

### 1. El gato

Una escalera está situada sobre el piso, apoyada en la pared y se desliza hacia abajo. ¿Por qué línea se mueve el gato sentado en el centro de la escalera?

El esquema muestra los apoyos A en la pared, B en el suelo y la posición G del gato. El desafío consiste en encontrar la trayectoria del gato.



### 2. Triángulos

Considera un segmento  $AB$  de 4,5 cm. Dibuja un punto  $R$  tal que el triángulo  $ARB$  tenga área  $9 \text{ cm}^2$ ; ¿cuál es el lugar geométrico de los puntos que cumplen con esa condición?

### 3. Un juego con números

Este es un juego para jugar con un amigo. Cada uno escribirá en un papel, sin que el otro lo vea, un número de 4 cifras diferentes (del 0 al 9) en cualquier orden. El objetivo del juego es descubrir el número que escribió el otro. El jugador que empieza intenta adivinar y dice, o escribe, un número de 4 cifras. Si acierta alguna de las cifras en el lugar en que está, el oponente le contesta "1 (2, 3 o 4) bien"; si alguna cifra está, pero en otra posición, le dirá "1 (2, 3 o 4) regular". Si no hubiera acertado ningún número, le dirá "todos mal". Los jugadores siguen escribiendo, a su turno, números de 4 cifras hasta que alguno tenga "todos bien".



El juego termina cuando uno de los dos acierta el número del otro, pero tengan en cuenta que si acierta el que empezó primero, el segundo tiene todavía un turno y puede empatar.