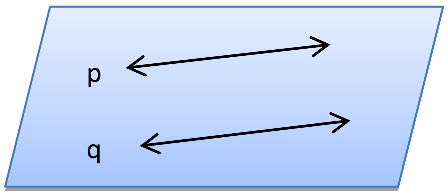
RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

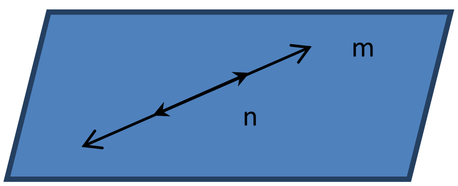
¿Qué piensas cuando te dicen que dos líneas forman un ángulo **recto**? ¿Qué terminología usarías para describir a estas líneas? ¿Cómo describirías dos rectas paralelas? Después de revisar este concepto, vas a poder entender de qué se tratan las líneas **paralelas y perpendiculares**, además vas a poder aplicar las propiedades de éstas para resolver problemas de ángulos desconocidos.

Como vimos en la sección anterior dos rectas en un mismo plano que no tienen puntos comunes son rectas **paralelas.**

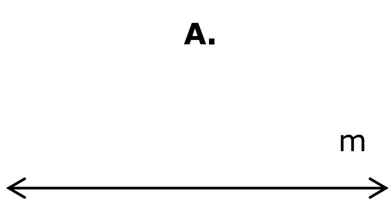


Postulado

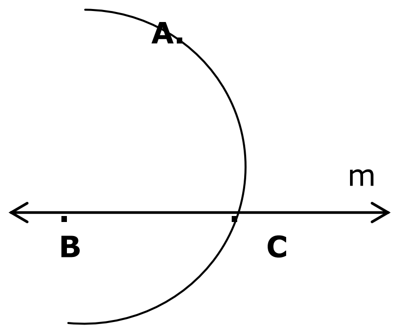
Dos rectas en un plano que tienen todos sus puntos comunes, también se denominan **rectas paralelas.** Luego toda recta es paralela a sí misma.



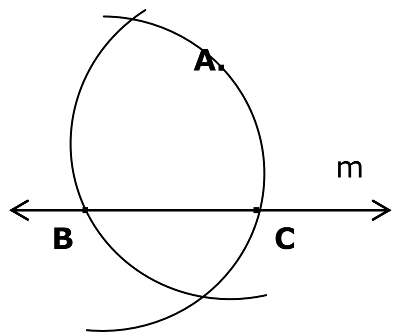
Construcción de una recta paralela a una recta m dada en un plano y que pase por un punto A exterior a ella.



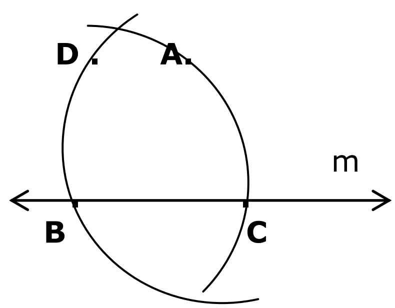
1. Coloca el puntero del compás sobre un punto cualquiera B sobre m y con abertura BA trazamos un arco que intersecte la recta m en un punto C.



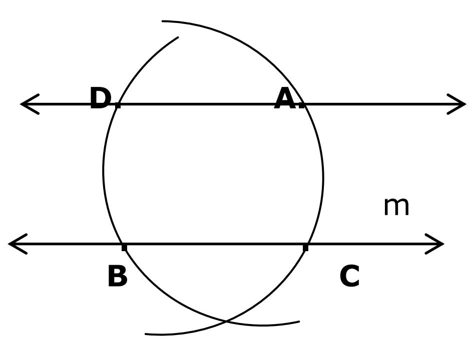
2. Con la misma abertura trace un arco con centro en C que pase por B



3. Con abertura AC y centro en B trace para hallar el punto D.



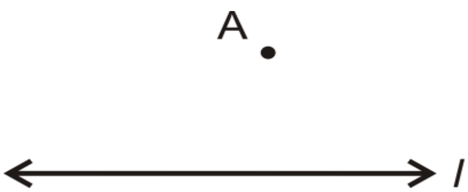
4. Finalmente trace la recta que pasa por los puntos A y D. La recta $\overleftrightarrow{AD}$ es la recta buscada.



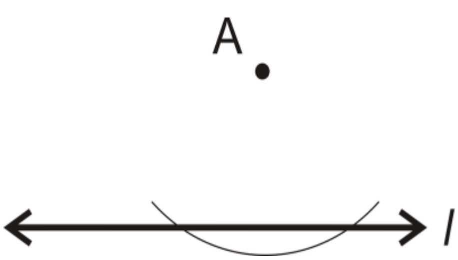
Dos rectas son **perpendiculares** si forman un ángulo recto o de 90°. Para cada línea y cada punto fuera de la línea, existe exactamente una línea perpendicular a la línea que pasa por el punto. Hay infinitas líneas que pasan por el punto A, pero sólo una es perpendicular a *l*. Recuerda que los ángulos complementarios son aquellos cuya suma es de 90°.

Construcción de una línea perpendicular, dado un punto y una línea.

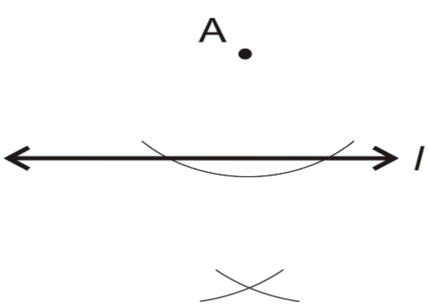
1. Dibuja una línea horizontal y un punto por encima de esa línea.
Marca la línea y el punto A.



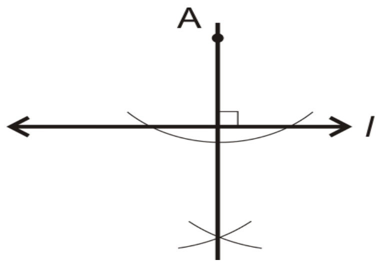
2. Coloca el puntero del compás sobre el punto A. Abre el compás para que sobrepase un poco la línea l . Dibuja un arco que intercepte la línea *l* dos veces.



3. Mueve el compás hacia una de las intersecciones del arco. Abre un poco y dibuja un arco por debajo de la línea. Repite el procedimiento del lado contrario, de manera que se genere una intersección nueva entre estos arcos.



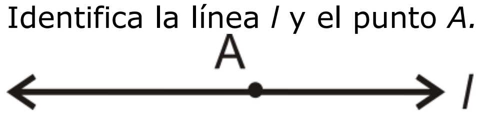
4. Toma tu regla y dibuja una línea desde el punto hasta la intersección de arco debajo de la línea. Esta línea resultante es la recta perpendicular *l* que pasa a través de A.



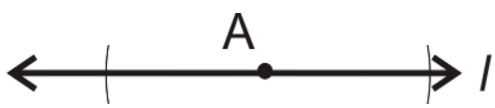
OJO: Esta no es construcción de una mediatriz, no te confundas.

Construcción de una línea perpendicular dado un punto sobre la línea.

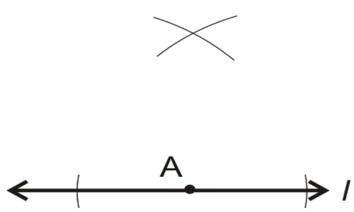
1. Dibuja una línea horizontal y un punto sobre la línea.
Identifica la línea *l* y el punto *A.*



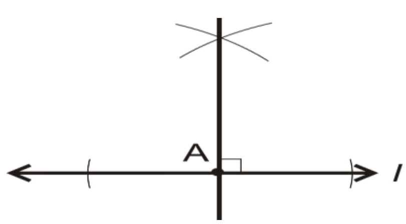
2. Coloca el puntero del compás sobre el punto *A*. Abre el compás, para hacer dos arcos que intersecten la línea a cada lado del punto



3. Pon el puntero del compás en una de las intersecciones del arco. Ábrelo un poco y dibuja un arco por encima de la línea. Repite el procedimiento del lado contrario, de manera que las dos marcas se crucen



4. Con tu regla, dibuja una línea desde el punto *A* hasta la intersección del arco por encima de la línea. Esta línea es perpendicular *l* y pasa a través del punto *A*.

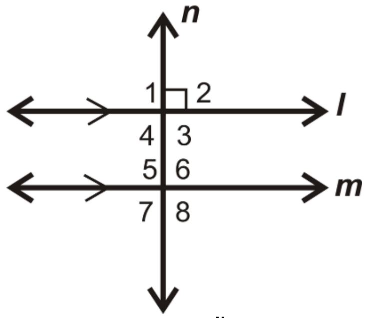


OJO: Esta no es la construcción de una mediatriz, no te confundas.

Perpendiculares y transversales

Recuerda que **cuando dos líneas se cruzan, se crean cuatro ángulos**. Si las dos rectas son perpendiculares, los cuatro ángulos son rectos, es decir cada uno mide 90°.
Si añades una línea paralela, se forman ocho ángulos. Sí $l \parallel m$ y $n \perp l$ ¿Crees que $n \perp m$?

Comprobación:



Dado que : $l \parallel m$ y $l \perp n$

Comprueba que: $n \perp m$

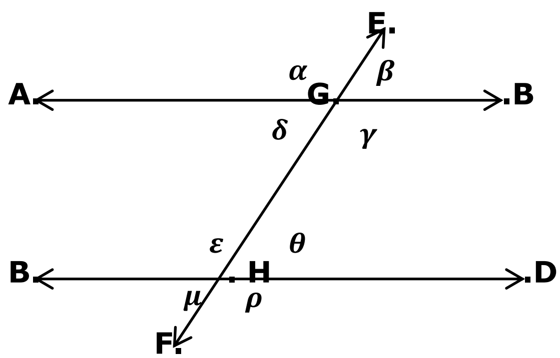
Declaración	***Razón***
1. : $l \parallel m$ y $l \perp n$	Dado
2. <1, <2, <3 y <4 son ángulos rectos	Definición de líneas perpendiculares
3. m<1=90°	Definición de un ángulo recto
4. m<1= m<5	Ángulos correspondientes postulado
5. m<5=90°	Por propiedad transitiva
6. m<6= m< 7=90°	Ángulos adyacentes congruentes
7. m<8=90°	Teorema de ángulos opuestos por el vértice
8. m<5, m<6, m<7 y m<8 son ángulos Rectos	Definición de ángulo recto.
9. $n \perp m$	Definición de rectas perpendiculares

Teorema n°1: Si dos líneas son paralelas y una tercera línea es perpendicular a una de las líneas paralelas, entonces dicha línea también es perpendicular a la otra línea paralela. O, si $l \parallel m$ y $l \perp n$ entonces $n \perp m$.

Teorema n°2: Si dos líneas son perpendiculares a la misma línea, entonces son paralelas entre sí. O, si $l \perp n$ y $n \perp m$ entonces $l \parallel m$

A partir de estos dos teoremas, podemos asumir que cualquier ángulo formado por dos líneas paralelas y perpendiculares transversal será siempre de 90°.

Ángulos determinados sobre dos paralelas y una secante

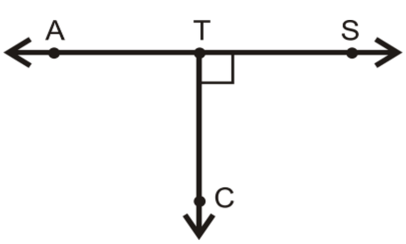


1. Ángulos alternos: que pueden ser internos ($\delta = \theta$; $\gamma = \varepsilon$) y externos ($\alpha = \rho$; $\beta = \mu$)
2. Ángulos correspondientes: $\alpha = \varepsilon$; $\delta = \mu$; $\beta = \theta$; $\gamma = \rho$:
3. Ángulos conjugados: que pueden ser internos ($\delta + \varepsilon$ = 180°; $\gamma + \theta$ = 180°) y externos ($\alpha + \mu$ = 180°; $\beta + \rho$= 180°)

Si las rectas no son paralelas, se definen los pares de ángulos con los mismos nombres pero no se cumplen las propiedades mencionadas.

Ejemplo A

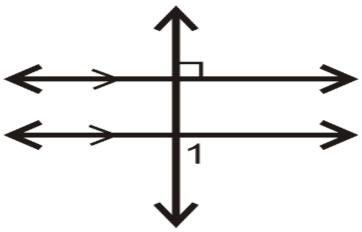
Encuentra la medida del ángulo *m*. Donde m<CTA



Podemos observar que hay dos ángulos. Además, por la forma del ángulo recto, sabemos que m<STC mide 90°. Así que, m<STC=90°. Por lo tanto, m<CTA también es 90°

Ejemplo B

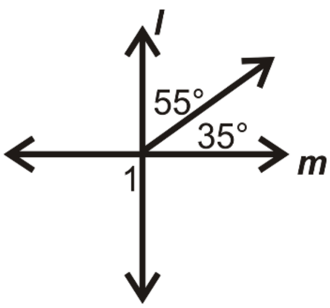
Determina la medida de <1.



Según el teorema n° 1, sabemos que la línea paralela inferior es también perpendicular a la transversal. Por lo tanto, m< 1=90°

Ejemplo C

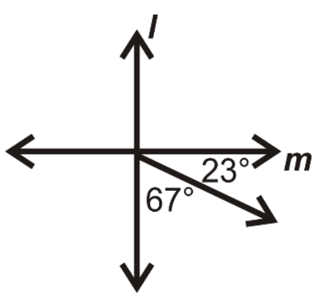
Buscar m< 1



La suma de los ángulos adyacentes es de 90°, entonces l ⊥ m . Por lo tanto m< 1=90°

EJERCICIO RESUELTOS

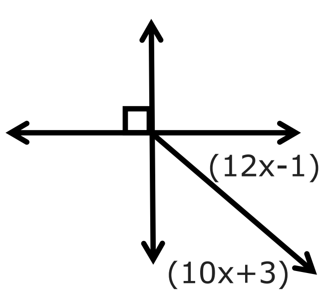
1. Es l ⊥ m explica porqué



Respuesta:
Si sumas los ángulos adyacentes, obtienes 90°, de esto concluyes que l y m son perpendiculares

23°+67°=90° así que l ⊥ m

2. Encuentra el valor de x



Dado que ambos ángulos forman un ángulo recto, puedes hacer una ecuación y despejar.

$(12x-1)°+(10x+3)°=90°$

$(22x+2)°=90°$

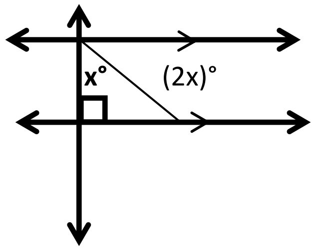
$22x=90-2$

$X=\frac{88}{22}$

$X=4°$

Respuesta: X= 4°

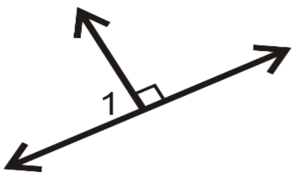
3. Encuentra el valor de x



Como los dos ángulos hacen un ángulo recto. Puedes establecer una ecuación y despejar.
X+2x=90
3x=90
X=30°

Respuesta: X= 30°

4. Calcula la medida de <1 en la figura



Se observa que el <1 y el recto son suplementarios, es decir su suma es 180° por lo que
m<1+90°=180°
m<1=180°-90°
m<1=90°

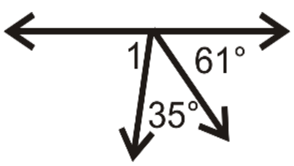
Respuesta: m<1=90°

5. Calcula la medida de <1

La suma del <1 y 18° es igual a 90°, luego
Despejando
m<1+18=90
m<1=90-18
m<1=72°

Respuesta: m<1=72°

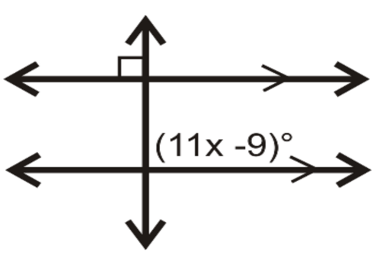
6. Calcula la medida de <1



Se puede observar en la figura que
m<1+35°+61°=180°
despejando
m<1=180-61-35
m<1=84°

Respuesta: m<1=84°

7. Determina el valor de x

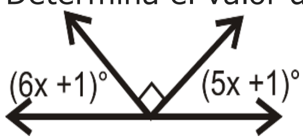


Según el teorema n° 1 dos rectas paralelas son perpendiculares a su transversal, así que
(11x-9)°=90° despejando
11x=90+9
11x=99
X=$\frac{99}{11}$

X=9°

Respuesta: X=9°

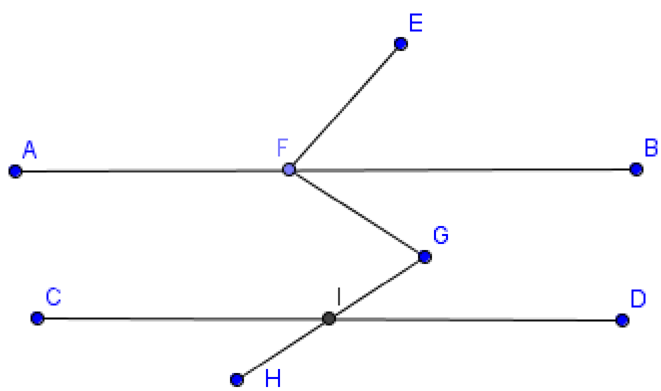
8. Determina el valor de x



Se observa de la figura que
$(6x+1)°+(90)°+(5x+1)°=180°$
Despejando
$(6x+5x)+(1+90+1)=180$
$11x+92=180$
$11x=180-92$
$11x=88$
$X=\frac{88}{11}$
$X=8°$

Respuesta: X=8°

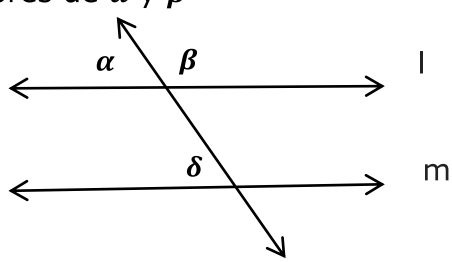
9. Hallar la medida del <AFE si los segmentos AB y CD son paralelos y se sabe que <EFG = 100°
y<DIH = 3<BFG.



Primero hallamos el valor de <BFG. Si trazamos una paralela a los segmentos AB y CD por el punto G tendríamos que los ángulos<FGI = <BFG +<GID dado los ángulos alternos internos que se generan. Por tanto, 100° =<BFG + 180° - 3<BFG, de donde se obtiene que<BFG = 40°: Luego, <EFB = 90° -<BFG entonces <EFB = 50° y por ello <AFE = 130°

Respuesta: <AFE = 130°

10. Dada la siguiente figura si $\boldsymbol{\delta}$=35° determina los valores de $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$



De la figura $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}=180°$ y como $\boldsymbol{\alpha}$ es congruente con $\boldsymbol{\delta}$ por ser ángulos correspondientes luego $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\delta}=35°$ así que sustituyendo en la ecuación
$35+\boldsymbol{\beta}=180$
$\boldsymbol{\beta}=180-35$
$\boldsymbol{\beta}=145°$

Respuesta: α=35° y β=145°

Glosario

Dos rectas de un plano son **paralelas** si al prolongarlas nunca se cruzan.

Dos rectas son ***perpendiculares*** si forman un ángulo recto o de 90°.

Otras Referencias

http://es.slideshare.net/piros200320/rectas-paralelascortadasporunasecante-ejercicios