6

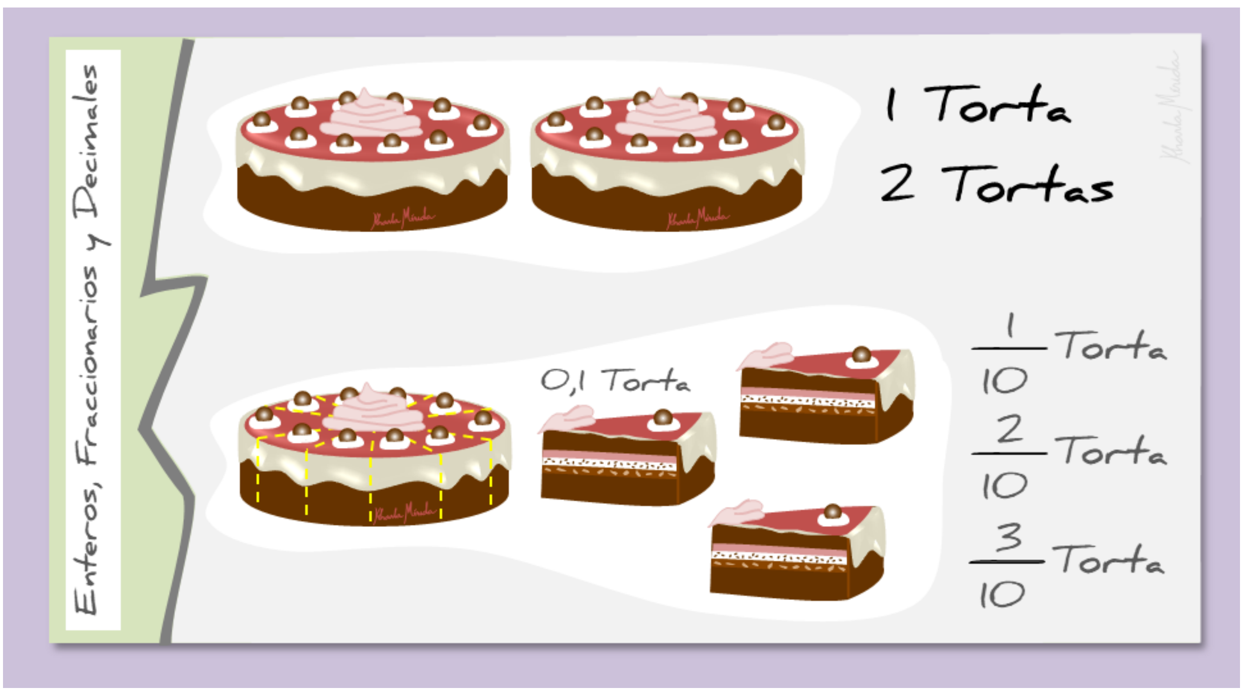
6ta Unidad

Números Racionales

6.1 Definición Según su Forma y Según su valor, Fracciones.

Las cosas pueden ser mas simples cuando las fraccionamos y atendemos cada parte por vez. Un paso por vez, una parte por vez, puede resultar útil cuando estamos ante situaciones complejas.

Descripción



Contar ahora no es suficiente para saber el valor de una cantidad de interés. Además de las unidades, las fracciones y los decimales nos brindan la posibilidad de llevar secuencias para medir. nos dan la gran oportunidad de

Conocimientos Previos Requeridos

Números Decimales, Números Fraccionario, División.

Contenido

Definición Según su Forma y Según su Valor, Fracciones Irreducibles, Fracciones Propias e Impropias, Números Mixtos, Fracciones Equivalentes, Ampliación de Fracciones, Reducción de Fracciones.

Videos Disponibles

NÚMEROS RACIONALES. Definición según su forma

NÚMEROS RACIONALES. Definición según su valor

NÚMEROS RACIONALES. Fracciones Irreducibles. Fracciones Propias e Impropias. Números Mixtos

NÚMEROS RACIONALES. Fracciones Equivalentes. Ampliación de Fracciones, Reducción de Fracciones

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

NÚMEROS RACIONALES. Definición Según su Forma.

Según su forma los números racionales se definen como sigue

Números Racionales. Es el conjunto de todos los números que pueden ser escritos en la forma a/b donde a y b son números enteros y b siempre distinto de cero.

Al conjunto de los Números Racionales se les representa con una **Q** mayúscula y una barrita atravesada, **Q** , aunque a falta de una letra con esas características, simplificaremos usando una Q mayúscula.

En forma Simbólica la definición según su forma dice así:

Números Racionales.

$$Q = \{ a/b \mid a , b \in Z , b \neq 0$$

se lee:

Es el conjunto de todos los números escritos en la forma a sobre b, tales que, a y b pertenecen a los enteros y b es distinto de cero.

Significado de los símbolos

{ } *: es el conjunto* | *: tal que* ∈ *: pertenece*

Ejemplos

$\frac{1}{2}$ Uno sobre dos, o un medio

$\frac{7}{4}$ Siete sobre cuatro, o siete cuartos

3 tres

¿por qué tres encaja en la definición de número racional?

3 Es el resultado de $\frac{6}{2} = 3$ $\frac{21}{7} = 3$ $\frac{30}{10} = 3$

Nota: Hay muchísimas formas de escribir el 3 en la forma a sobre b, lo mismo pasa con cada número entero, es por esto que se entiende que **los números enteros son parte de los números racionales**.

Fraccionarios. Son los números de la forma a sobre b. $\frac{a}{b}$

Entonces, todos los números **Fraccionarios** son **Números Racionales**.

Se distinguen tres tipos de Fracciones:

Fraccionarios
- ***Fracciones Enteras***
- ***Fracciones Unitarias***
- ***Fracciones Irreducibles***

Fracciones Enteras. Son aquellas que tienen valor entero. Esto significa que a es múltiplo de b, de modo que se puede simplificar la fracción y obtener un número entero.

$$\frac{15}{5}=3 \qquad \frac{28}{7}=4 \qquad \frac{63}{9}=7$$

Fracciones Unitarias. Son aquellas en las que a es igual b de modo que al efectuar la división el valor es uno.

$$\frac{3}{3}=1 \qquad \frac{28}{28}=1 \qquad \frac{117}{117}=1$$

Fracciones Irreducibles. Son aquellas en las que a y b son primos relativos, esto significa que el único divisor común entre a y b es 1, de modo que la fracción no se puede simplificar. En este tipo de fracción se identifican dos tipos, las fracciones propias y las impropias, pero esto lo estudiaremos en la lección 3.

$$\frac{3}{2} \qquad \frac{28}{15} \qquad \frac{35}{36}$$

NÚMEROS RACIONALES. Definición Según su Valor.

Números Racionales. Son todos aquellos números cuyo valor es entero, decimal exacto o decimal periódico (puro o mixto).

Números Racionales
- ***Números Enteros***
- ***Números Decimales***
  - ***Decimal Exacto***
  - ***Decimal Periódico***
    - ***D.P. Puro***
    - ***D.P. Mixto***

Decimal Exacto. es aquel en el que la parte decimal tiene un número finito de cifras.

Nota: la palabra **finito** significa que tiene fin, se puede medir.

Entonces,
decimal exacto es aquel cuyas cifras decimales pueden ser contadas.

$$\frac{7}{2}=3,5$$

Decimal Periódico. Es aquel que tiene infinitas cifras decimales periódicas, es decir, en la parte decimal hay números que se repiten de forma periódica sin fin. hay dos tipos de decimales periódicos. Decimal Periódico Puro y Decimal Periódico Mixto.

Hay dos tipos de decimales periódicos: **Decimal Periódico Puro** y **Decimal Periódico Mixto**.

Decimal Periódico Puro. Su parte decimal está constituida por cifras que se repiten indefinidamente.

Ejemplos

0,66666… 0,353535… 0,732732…

¿Cómo se representan?

1ra Opción. Escribir el número colocando al menos dos veces la cifra, o cifras, decimales que se repiten seguidas de tres puntos suspensivos.

1,714285714285…

2da Opción. es escribir una sola vez la cifra, o cifras, decimales que se repiten con un arco sobre ellas.

$1,\overset{\frown}{714285}$

Decimal Periódico Mixto. Su parte decimal está constituida por cifras que no se repiten seguidas de otras que se repiten indefinidamente.

Ejemplos

$$\frac{5}{6} = 0,8333\ldots = 0,8\overset{\frown}{3}$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracciones Irreducibles. Fracciones Propias e Impropias. Números Mixtos.

Fracciones Propias. Son todas las fracciones irreducibles en las que a es menor que b.

$\frac{2}{5}$ $\frac{11}{74}$ $\frac{38}{39}$

Fracciones Impropias. Son todas las fracciones irreducibles en las que a es mayor que b.

$\frac{3}{2}$ $\frac{45}{13}$ $\frac{121}{25}$

Las Fracciones Impropias pueden escribirse como la combinación de un número entero y un número fraccionario, a esto se le llama un **Número Mixto**.

$A\,{}^{c}\!/\!_{b}$

Número Mixto

veamos cómo es esto.

Tres medios es la división de 3 entre 2 donde:

Dividendo: 3 **Cociente**: 1
Divisor: 2 **Residuo**: 1

$$\frac{3}{2} \rightarrow \begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

Algoritmo de Euclides. Dividendo entre divisor es igual a cociente, más, residuo entre divisor.

$$\frac{D}{d} = C + \frac{R}{d}$$

Entonces tres medios puede escribirse:

$$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

Para representarlo como número mixto se escribe la parte entera de tamaño normal, y la parte fraccionaria con una fracción pequeña, del tamaño del número entero. Y se lee 1 y 1 medio.

$$\frac{3}{2} = 1\tfrac{1}{2}$$ 1 y 1 medio

Ejemplo

Escribir $\frac{45}{13}$ como un número mixto.

Cuarenta y cinco treceavos es la división de 45 entre 13 donde:

Dividendo: 45 **Cociente**: 3
Divisor: 13 **Residuo**: 6

$$\frac{45}{13} \rightarrow \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ \hline 15 & 13 \\ 6 & \end{array}$$

Algoritmo de Euclides. Dividendo entre divisor es igual a cociente, más, residuo entre divisor.

$$\frac{D}{d} = C + \frac{R}{d}$$

Cuarenta y cinco treceavos puede escribirse como la suma de tres mas seis treceavos.

$$\frac{45}{13} = 3 + \frac{6}{13}$$

Para representarlo como número mixto se escribe la parte entera de tamaño normal, y la parte fraccionaria con una fracción pequeña, del tamaño del número entero. Y se lee, tres y seis treceavos.

$$\frac{45}{13} = 3\,{}^{6}\!/_{13}$$ tres y seis treceavos.

Escribir $\frac{121}{25}$ como un número mixto.

Ciento veintiuno veinticincoavos es la división de 121 entre 25 donde:

Dividendo: 121 **Cociente**: 4
Divisor: 25 **Residuo**: 21

$$\frac{121}{25} \rightarrow \begin{array}{r|l} 121 & 25 \\ \hline 21 & 4 \end{array}$$

$$\frac{121}{25} = 4 + \frac{21}{25}$$

$$\frac{121}{25} = 4\,{}^{21}\!/_{25}$$ Cuatro y veintiún veinticincoavos

NÚMEROS RACIONALES. Fracciones Equivalentes, Ampliación de Fracciones y Reducción de Fracciones.

Fracciones Equivalentes. Son fracciones distintas que tienen el mismo valor.

Ejemplo

$\frac{1}{2}=0,5$ $\qquad$ $\frac{5}{10}=0,5$ $\qquad$ ambas fracciones representan el mismo valor, entonces ellas son fracciones equivalentes

Nota: se emplea la fracción irreducible (**fracción canónica**) para representar un número racional.

En el ejemplo anterior la fracción ½ es la forma racional del número 0,5. $\qquad \frac{1}{2}=0,5$

Hay dos procesos que nos permite obtener fracciones equivalentes, uno es la **ampliación de fracciones** y el otro es la **reducción de fracciones**.

Ampliación de Fracciones. Es cuando se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un mismo número (distinto de cero).

$$\frac{a}{b}\xrightarrow{c\neq 0}\frac{a\cdot c}{b\cdot c} \qquad \frac{a}{b}\equiv\frac{a\cdot c}{b\cdot c}$$

Este proceso no altera el valor de la fracción y el resultado es equivalente a la fracción inicial.

Ejemplo

Para la fracción $\frac{1}{2}$, podemos:

Multiplicar numerador y denominador por 3.

$$\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{3}{6}$$

y obtenemos tres sextos

Multiplicar numerador y denominador por 4.

$$\frac{1\cdot 4}{2\cdot 4}=\frac{4}{8}$$

y obtenemos cuatro octavos

Multiplicar numerador y denominador por 11.

$$\frac{1\cdot 11}{2\cdot 11}=\frac{11}{22}$$

y obtenemos once veintidosavo

Reducción de Fracciones. Es cuando se divide numerador y denominador de una fracción por un mismo número.

$$\frac{a}{b} \xrightarrow{c \neq 0} \frac{a \div c}{b \div c} \qquad \frac{a}{b} \equiv \frac{a \div c}{b \div c}$$

Este proceso no altera su valor y la fracción resultante es equivalente a la inicial.

Ejemplo

Para la fracción $\frac{24}{60}$, podemos:

Dividir numerador y denominador por 3.

$$\frac{24 \div 3}{60 \div 3} = \frac{8}{20}$$

y obtenemos ocho veinteavos

Dividir numerador y denominador por 4.

$$\frac{24 \div 4}{60 \div 4} = \frac{6}{15}$$

y obtenemos seis quinceavos

Dividir numerador y denominador por 11.

$$\frac{24 \div 12}{60 \div 12} = \frac{2}{5}$$

y obtenemos dos quintos

Emparejando el Lenguaje

Números Racionales (según su forma). Es el conjunto de todos los números que pueden ser escritos en la forma a/b donde a y b son números enteros y b siempre distinto de cero.

Números Racionales (Según su Valor). Son todos aquellos números cuyo valor es entero, decimal exacto, decimal periódico (puro o mixto).

Fracciones Enteras. Son aquellas que tienen valor entero. Esto significa que a es múltiplo de b, de modo que se puede simplificar la fracción y obtener un número entero.

Fracciones Unitarias. Son aquellas en las que el numerador y denominador son iguales de modo que el valor de la fracción es uno.

Fracciones Irreducibles. Son aquellas en las que numerador y denominador son primos relativos, esto significa que el único divisor común entre ellos es 1, de modo que la fracción no se puede simplificar.

Decimal Periódico Puro. Es aquel en el que la parte decimal está constituida por cifras que se repiten indefinidamente.

Decimal Periódico Mixto. Es aquel en el que la parte decimal está constituida por cifras que no se repiten seguidas de otras que se repiten indefinidamente.

Fracciones Propias. Son todas las fracciones irreducibles en las que el numerador es menor que el denominador.

Fracciones Impropias. Son todas las fracciones irreducibles en las que el numerador es mayor que el denominador.

Número Mixto. Resulta de la suma de un número entero y una fracción propia, escrito en forma abreviada.

Fracciones Equivalente. Dos fracciones distintas que representan al mismo número racional.

Ampliación de Fracciones. Es cuando se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un mismo número (distinto de cero). Este proceso no altera su valor y la fracción resultante es equivalente a la inicial.

Reducción de Fracciones. Es cuando se divide numerador y denominador de una fracción por un mismo número.

Ejercicios

Identifica los números racionales:

1. 2,35
2. 17,347098...
3. $4/5$
4. -7
5. $-135,4545...$

Identifica a qué tipo de número racional corresponde:

6. $3/2$
7. 7,85
8. -2,317
9. $13\,5/7$
10. 376,1
11. $5,9\overset{\frown}{1}$
12. -87
13. $27/31$
14. -0,002
15. 0
16. $-1/3$
17. $-3\,4/11$

Identifique cuáles de las siguientes fracciones son irreducibles, propias o impropias:

18. $\frac{18}{12}$
19. $\frac{36}{45}$
20. $\frac{25}{16}$
21. $\frac{169}{144}$
22. $\frac{49}{108}$

Halla el número mixto correspondiente a cada fracción impropia

23. $3/2$
24. $7/12$
25. $15/16$
26. $18/5$
27. $13/10$
28. $9/15$
29. $11/7$
30. $29/8$

Escribir las siguientes fracciones impropias como números mixtos:

31. $\frac{7}{3}$
32. $\frac{28}{13}$
33. $\frac{118}{15}$
34. $\frac{337}{11}$
35. $\frac{256}{9}$

Obtener la fracción irreducible equivalente a las fracciones dadas:

36. $\frac{56}{21}$
37. $\frac{75}{125}$
38. $\frac{216}{360}$
39. $\frac{90}{108}$

Igualar los denominadores en cada grupo de racionales dados aplicando ampliación de fracciones:

40. $\frac{1}{21}\ ;\ \frac{15}{6}\ ;\ \frac{7}{10}\ ;\ \frac{37}{42}$
41. $\frac{4}{35}\ ;\ \frac{17}{28}\ ;\ \frac{23}{20}\ ;\ \frac{5}{6}$
42. $\frac{16}{45}\ ;\ \frac{8}{15}\ ;\ \frac{23}{6}\ ;\ \frac{31}{30}$
43. $\frac{20}{9}\ ;\ \frac{6}{72}\ ;\ \frac{13}{24}\ ;\ \frac{5}{18}$

¿Lo Hicimos Bien?

1. Racional
2. No Racional
3. Racional
4. Racional
5. Racional

6. Fracción Impropia
7. Decimal Periódico Puro
8. Decimal exacto
9. Número Mixto
10. Decimal exacto
11. Decimal Periódico Mixto
12. Entero Negativo
13. Fracción Propia
14. Decimal exacto
15. Entero
16. Fracción Propia
17. Número Mixto

---

18. Reducible, Impropia
19. Reducible, Propia
20. Irreducible Impropia
21. Irreducible Impropia
22. Irreducible Propia

---

23. $1\frac{1}{2}$
24. F. Propia
25. F. Propia
26. $\frac{18}{5}$
27. $1\frac{3}{10}$
28. F. Propia
29. $1\frac{4}{7}$
30. $3\frac{5}{8}$

---

31. $\frac{7}{3}$
32. $\frac{28}{13}$
33. $\frac{118}{15}$
34. $\frac{337}{11}$
35. $\frac{256}{9}$

---

36. $\frac{8}{3}$
37. $\frac{3}{5}$
38. $\frac{3}{5}$
39. $\frac{5}{6}$

---

40. $\frac{10}{210}$; $\frac{525}{210}$; $\frac{147}{210}$; $\frac{185}{210}$
41. $\frac{192}{420}$; $\frac{255}{420}$; $\frac{483}{420}$; $\frac{350}{420}$
42. $\frac{32}{90}$; $\frac{48}{90}$; $\frac{345}{90}$; $\frac{93}{90}$
43. $\frac{160}{72}$; $\frac{6}{72}$; $\frac{39}{72}$; $\frac{20}{72}$