

5

8va Unidad

Ecuaciones en los Reales

5.2 Valor Absoluto. Ejercicios

Cada año vivido deja huellas en la piel, en la mente y en el alma. Estas huellas son joyas que enriquecen nuestro maravilloso cofre de vida.

Descripción

Resolver la ecuación dada

$$|2x+1|=12$$

$2x+1=12$	$2x+1=-12$
$2x=12-1$	$2x=-12-1$
$2x=11$	$2x=-13$
$x=\frac{11}{2}$	$x=-\frac{13}{2}$

Ecuaciones con Valor Absoluto

guao.org

Las ecuaciones con Valor Absoluto nos hace avanzar en el ámbito de las ecuaciones. Como inicialmente se desconoce el valor de la incógnita, debemos considerar dos posibles igualdades que surgen de la definición de valor absoluto. Veamos cómo funciona esto y aprendamos lo sencillo de la resolución de estas ecuaciones.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Calcular el Valor Absoluto de, Ejercicios con Valor Absoluto.

Videos Disponibles

[ECUACIONES. Calcular el Valor Absoluto de](#)

[ECUACIONES. Con Valor Absoluto. Ejercicio 1 y 2](#)

[ECUACIONES. Con Valor Absoluto. Ejercicio 3](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

El siguiente guion tiene por objetivo recordar cómo calcular el valor de expresiones que tienen valor absoluto, para luego aplicarlo a la solución de ecuaciones con valor absoluto.

▶ ECUACIONES. Calcular el Valor Absoluto de

Calcular el valor de las siguientes expresiones.

$$\left| \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right| \cdot |-3 + 1|$$

$$\left| \frac{\sqrt{45}}{3} - \sqrt{20} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

$$\left| \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right| \cdot |-3 + 1|$$

En el 1er valor absoluto tenemos tres fracciones con distintos denominadores.

En el 2do valor absoluto tenemos una suma de enteros.

Efectuamos las sumas algebraicas que están dentro de cada valor absoluto.

El m.c.m. de los denominadores es 12, dividimos el m.c.m. entre cada denominador y el resultado multiplica a los numeradores correspondientes.

Efectuamos los productos y sumas algebraicas en ambos factores.

Aplicamos el valor absoluto a las sumas resultantes.

$$\left| \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right| \cdot |-3 + 1|$$

$$\text{m.c.m.}_{\{3,6,4\}} = 12$$

$$= \left| \frac{4 \cdot 2 - 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1}{12} \right| \cdot |-3 + 1|$$

$$= \left| \frac{8 - 10 + 3}{12} \right| \cdot |-2| = \left| \frac{1}{12} \right| \cdot |-2|$$

$$= \frac{1}{12} \cdot 2$$

Recordemos. que valor absoluto de cualquier número real distinto de cero es positivo.

Simplificando el producto nos queda $\frac{1}{6}$.

$$\left| \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right| \cdot |-3 + 1| = \frac{1}{6}$$

$$\left| \frac{\sqrt{45}}{3} - \sqrt{20} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

Lo primero que haremos es descomponer las cantidades subradicales presentes en el primer valor absoluto, para simplificar raíces.

Descomponemos: $45 = 3^2 \cdot 5$, $20 = 2^2 \cdot 5$, y sustituimos en las raíces.

$$= \left| \frac{\sqrt{3^2 \cdot 5}}{3} - \sqrt{2^2 \cdot 5} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

Ahora, por propiedad de radicales, separamos en productos de raíces.

$$= \left| \frac{\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5}}{3} - \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

Recordemos. La igualdad fundamental dice "Cuando el exponente de la cantidad subradical y el índice son iguales resulta la base de la cantidad subradical".

Aplicamos la igualdad fundamental

$$= \left| \frac{3\sqrt{5}}{3} - 2\sqrt{5} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

ahora simplificamos y efectuamos la resta.

$$= \left| \sqrt{5} - 2\sqrt{5} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

$$= \left| -\sqrt{5} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4|$$

Aplicamos definición de valor absoluto.

$$= \sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 4)$$

Recordemos. que el valor absoluto de cualquier numero real es positivo.

Aplicamos propiedad distributiva

$$= \sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 4) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot 4$$

$$= (\sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5}$$

Simplificamos el cuadrado y la raíz

$$= 5 + 4\sqrt{5}$$

$$\left| \frac{\sqrt{45}}{3} - \sqrt{20} \right| \cdot |\sqrt{5} + 4| = 5 + 4\sqrt{5}$$

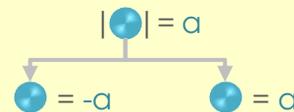
▶ ECUACIONES. Con Valor Absoluto. Ejercicio 1 y 2

Resolver la ecuación dada $|2x + 1| = 12$

Pensamiento Lógico.

Para que se cumpla que $|●| = a$ es necesario que:

El argumento del valor absoluto (lo que está dentro del valor absoluto) debe valer $-a$ ó a .



Aplicado a la ecuación dada

Que el Argumento sea **Negativo**

$$2x + 1 = -12$$

Que el Argumento sea **Positivo**

$$2x + 1 = 12$$

Estas dos posibilidades nos llevan a 2 soluciones para la ecuación.

En la primera ecuación:

Pasamos 1 restando al otro lado de la igualdad, efectuamos la suma algebraica.

Pasamos 2 dividiendo al -13 . Nos queda $x = -13/2$.

$$2x + 1 = -12$$

$$2x = -12 - 1$$

$$2x = -13$$

$$x = -\frac{13}{2}$$

En la segunda ecuación:

Pasamos 1 restando al otro lado de la igualdad, efectuamos la suma algebraica.

Pasamos 2 dividiendo al 11 . Nos queda $x = 11/2$.

$$2x + 1 = 12$$

$$2x = 12 - 1$$

$$2x = 11$$

$$x = \frac{11}{2}$$

Estos dos valores de x satisfacen la ecuación con valor absoluto dada. Verifícalo.

Resolver la ecuación dada $|3 - 4x| = 15$

Recordemos. que para que el valor absoluto sea igual a 15 es necesario que su argumento sea igual a -15 o a 15 .

Que el Argumento sea **Negativo**

$$3 - 4x = -15$$

Que el Argumento sea **Positivo**

$$3 - 4x = 15$$

Estas dos posibilidades nos llevarán a dos soluciones para esta ecuación.

En la primera ecuación: $3 - 4x = -15$

Pasamos 3 restando al otro lado de la igualdad, efectuamos la suma algebraica.

$$-4x = -15 - 3$$

$$-4x = -18$$

Pasamos -4 dividiendo al -18, simplificando la fracción nos queda $x = 9/2$.

$$-4x = -18$$

$$x = \frac{-18}{-4}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

En la segunda ecuación: $3 - 4x = 15$

Pasamos 3 restando al otro lado de la igualdad, efectuamos la suma algebraica.

$$3 - 4x = 15$$

$$-4x = 15 - 3$$

$$-4x = 12$$

Pasamos -4 dividiendo al 12. Nos queda $x = -3$.

$$x = -\frac{12}{4}$$

$$x = -3$$

▶ ECUACIONES. Con Valor Absoluto. Ejercicio 3

Resolver la ecuación dada: $|-5 + 2x| = 7 - x$

Recordemos. que para que el valor absoluto sea igual a $7 - x$ es necesario que su argumento sea igual a $-(7 - x)$ o a $7 - x$.

Que el Argumento sea Negativo

$$-5 + 2x = -(7 - x)$$

Que el Argumento sea Positivo

$$-5 + 2x = 7 - x$$

Estas dos posibilidades nos llevarán a dos soluciones para esta ecuación.

En la primera ecuación: $-5 + 2x = -(7 - x)$

Tenemos incógnita en ambos lados de la ecuación, debemos reunirlos en el 1er lado de la igualdad.

Distribuimos el signo menos por cada término del paréntesis.

$$-5 + 2x = -(7 - x)$$

Pasamos todos los términos con x al 1er lado de la igualdad y los términos independientes al 2do lado de la igualdad.

$$-5 + 2x = -7 + x$$

$$2x - x = -7 + 5$$

Efectuamos las sumas algebraicas en ambos lados de la igualdad.

$$x = -2$$

En la segunda ecuación: $-5 + 2x = -(7 - x)$

Tenemos incógnita en ambos lados de la ecuación, debemos reunirlos en el 1er lado de la igualdad.

Pasamos todos los términos con x al 1er lado de la igualdad y los términos independientes al 2do lado de la igualdad.

$$-5 + 2x = 7 - x$$

$$2x + x = 7 + 5$$

Efectuamos las sumas algebraicas en ambos lados de la igualdad, y pasamos el 3 dividiendo al otro lado de la igualdad.

$$3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

Comprobando las soluciones

Para comprobar que estos dos valores son solución de la ecuación los sustituimos en la ecuación original y verificamos que se cumpla la igualdad.

$$|-5 + 2x| = 7 - x$$

si $x = -2$,

Sustituimos -2 en cada x de la ecuación dada

Efectuamos $2(-2) = -4$ y $-(-2) = 2$.

Efectuamos la suma algebraica de enteros en ambos lados de la igualdad.

Sabemos que $|-9| = 9$.

$$|-5 + 2(-2)| = 7 - (-2)$$

$$|-5 - 4| = 7 + 2$$

$$|-9| = 9$$

$$9 = 9$$

Comprobado

¿Se cumple la igualdad para $x = 4$?

comparte tus opiniones e inquietudes con nosotros a través de comentarios en los videos.

Emparejando el Lenguaje

Argumento del Valor Absoluto. Es el número o expresión que se encuentra entre las barras de Valor Absoluto.

A Practicar

Halla el valor de la incógnita en cada caso, y comprueba el resultado:

1. $|8 - 6x| = 12$

2. $|7x - 2| = 3$

3. $\left|\frac{3}{4}x + 12\right| = 8$

4. $\left|\frac{4 - x}{7}\right| = 13$

5. $\left|\frac{7x}{2} + 5\right| = 2$

6. $\left|\frac{7x - 8}{10}\right| = \frac{9}{7} - 5x$

7. $\left|\frac{2x + 5}{7}\right| = -3x + 9$

8. $\left|\frac{10 - 2x}{3}\right| = -5x + 7$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $x = -\frac{2}{3}$, $x = -\frac{10}{3}$

2. $x = \frac{5}{7}$, $x = -\frac{1}{7}$

3. $x = -\frac{16}{3}$, $x = -\frac{80}{3}$

4. $x = -87$, $x = 95$

5. $x = -\frac{6}{7}$, $x = -2$

6. $x = \frac{146}{399}$, $x = \frac{34}{301}$

7. $x = \frac{58}{23}$, $x = \frac{68}{19}$

8. $x = \frac{11}{13}$, $x = \frac{31}{17}$