

3

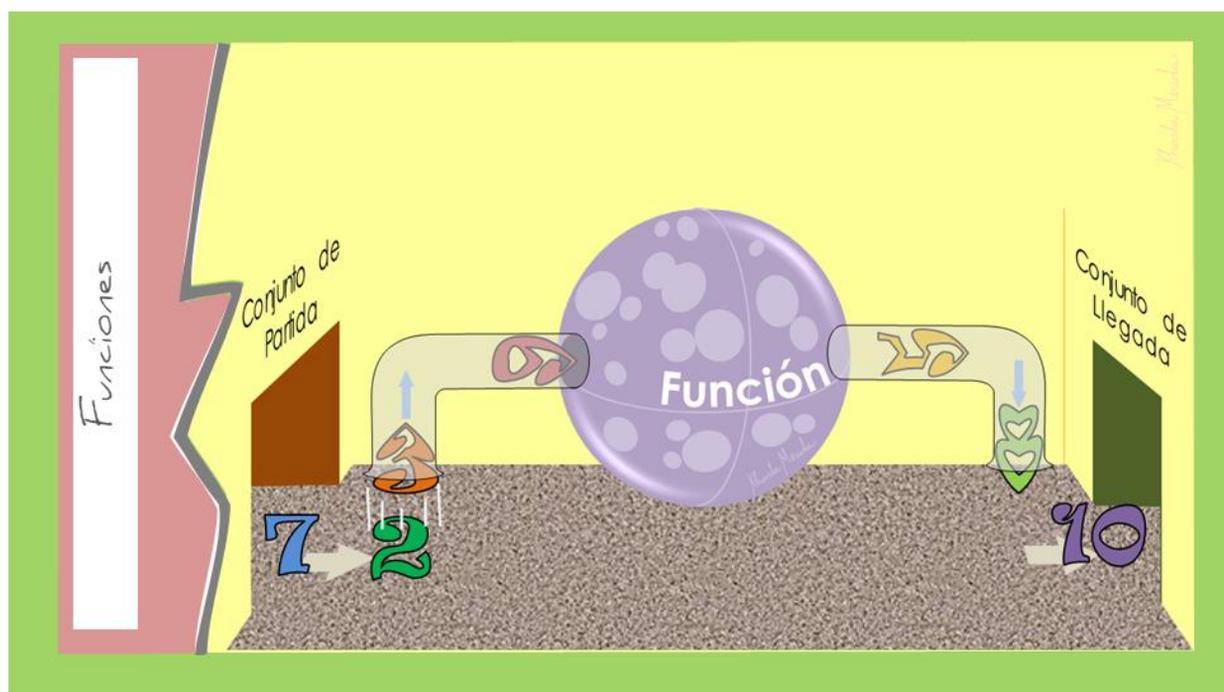
3ra Unidad

Funciones Numéricas

3.1 Definición de Función, Dominio y Rango

Las relaciones son funcionales cuando existe una correspondencia de respeto y valoración entre los individuos que la constituyen.

Descripción



Las relaciones matemáticas son la antesala de las funciones, y de lo que conoceremos en estudios más avanzados como modelos matemáticos. Las funciones numéricas son como máquinas procesadoras de información. Toman valores numéricos, los procesan y transforman en nuevos valores. El estudio de las funciones es rico en recursos que permiten obtener información valiosa para situaciones de los distintos ámbitos del acontecer humano.

¡Adelante! Bienvenidos a esta maravillosa sección del estudio matemático.

Conocimientos Previos Requeridos

Números Enteros, Números Racionales, Sistema de Coordenadas Rectangulares.

Contenido

Definición de Función, Identificar si las Relaciones Dadas son Funciones, Conceptos de Dominio, Concepto de Rango, Identificar Cuáles Relaciones son Funciones. Representación de Funciones Mediante Tablas de Valores y Pares Ordenados, Imágenes de una Función, Ejercicios.

Videos Disponibles

[RELACIONES. Conceptos Fundamentales](#)

[FUNCIONES. Definición de Función](#)

[FUNCIONES. Identificar si las Relaciones dadas son Funciones](#)

[FUNCIONES. Conceptos Fundamentales. Dominio](#)

[FUNCIONES. Conceptos Fundamentales. Rango](#)

[FUNCIONES. Identificar Cuáles Relaciones son Funciones. Ejercicio 1 al 6](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

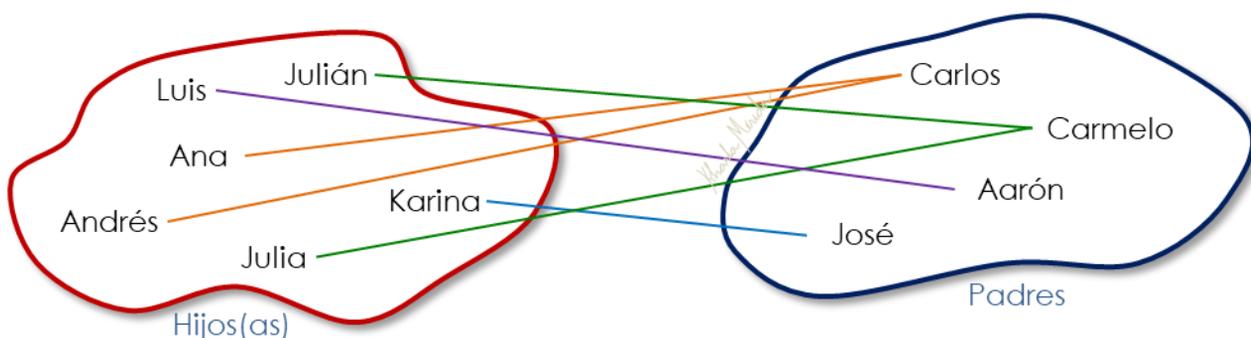
▶ RELACIONES. Conceptos Fundamentales.

Relación. Es una regla de correspondencia que asocia dos conjuntos

Ejemplo

Si tenemos un conjunto formado por Luis, Ana, Andrés, Julia, Karina y Julián, y otro formado por Carlos, José, Carmelo y Aarón.

Además sabemos que Carlos es padre de Ana y Andrés, que José es Padre de Karina, que Carmelo es Padre de Julia y Julián, y que Aarón es Padre de Luis.



Existen al menos dos formas de relacionar los elementos de estos dos conjuntos. Una es a través de la relación “**Padre de**” y otra es a través de la relación “**hijo(a) de**”. Estudiemos ambas relaciones en detalle.

Organizaremos dentro de dos óvalos, uno para los hijos y otro para los padres, los nombres de cada uno.

Esta forma de organizar conjuntos con sus elementos se denomina **Diagrama de Ven Euler**, o **Diagrama Sagital***.

Tenemos,

- **1er conjunto:** Luis, Ana, Andrés, Julia, Karina y Julián,
- **2do conjunto:** Carlos, José, Carmelo y Aarón

Para cada relación a estudiar debemos establecer cuál es el **conjunto de partida** y cuál es el **conjunto de llegada**.

Gráficamente el **Conjunto de partida** se ubica en el óvalo de la izquierda del diagrama, y el **Conjunto de llegada** en el óvalo de la derecha del diagrama.

Una flecha curva doble entre ellos en la parte superior, establece el lazo o “Relación” entre los conjuntos indicando la **regla de correspondencia** sobre ella.



Para la regla de correspondencia "**Padre de**" el **conjunto de partida** será el segundo y el **conjunto de llegada** será el primero.

Tomando un elemento del **conjunto de partida**, podemos encontrar en el **conjunto de llegada** un elemento con quien se relacione según la **regla de correspondencia**.



- Carlos es **Padre de** Andrés y de Ana,
- José es **Padre de** Karina,
- Carmelo es **Padre de** Julia y Julián, y
- Aarón es **Padre de** Luis



Para la regla de correspondencia "**Hijo(a) de**" el conjunto de partida será el primero y el conjunto de llegada será el segundo.

Tomando un elemento del **conjunto de partida**, podemos encontrar en el **conjunto de llegada** un elemento con quien se relacione según la **regla de correspondencia**.



- Luis es **Hijo de** Aarón,
- Ana y Andrés son **Hijos de** Carlos,
- Julia y Julián son **Hijos de** Carmelo, y
- Karina es **Hija de** José



1er caso: Relación "**Padre de**". Hay elementos del conjunto de partida que se relacionan con más de un elemento del conjunto de llegada.

2do caso: Relación "**Hijo(a) de**". Cada elemento del conjunto de partida se relaciona con un solo elemento del conjunto de llegada.

Ambos son **Relaciones** porque **los elementos del conjunto de partida y los elementos del conjunto de llegada están asociados por una regla de correspondencia**.

▶ FUNCIONES. Definición de Función.

Función. Es una relación en la que por cada elemento del conjunto de partida se tiene asociado uno, y sólo un, elemento del conjunto de llegada.

Veamos las siguientes relaciones Padre de e Hijo de, para aclarar esta definición.



En la relación **Padre de**, los elementos Carlos y Carmelo, del **conjunto de partida**, se relacionan con dos elementos del **conjunto de llegada**.

¿Esta relación cumple las condiciones que definen a una función?

Definición de función: **por cada elemento del conjunto de partida se tiene asociado uno, y sólo un, elemento del conjunto de llegada.**

La relación "**Padre de**" **no** es una función

En la relación **Hijo(a) de**, cada elemento del **conjunto de partida** se relacionan con sólo un elemento del **conjunto de llegada**.

Esto satisface la definición de función: **por cada elemento del conjunto de partida se tiene asociado uno, y sólo un, elemento del conjunto de llegada.**

La relación "**Hijo(a) de**" **Si** es una función



En la próxima lección analizaremos varios casos interesantes para afianzar los conceptos vistos hasta ahora. Relación, Conjunto de Partida, Conjunto de Llegada, y Función y Seguidamente conoceremos nuevos conceptos asociados a las funciones.

▶ FUNCIONES. Identificar si las Funciones dadas son Funciones.

En las Sigüientes Relaciones identifique: conjunto de partida, conjunto de llegada, regla de correspondencia y decida cuáles de ellas son Funciones.



1ra relación. Podemos identificar:

- **Conjunto de partida** el que tiene como elementos Naranja, Morado y Verde.
Conjunto de Partida: {Naranja, Morado, Verde}
- **Conjunto de llegada** el que tiene como elementos Amarillo, Azul y Rojo.
Conjunto de Llegada: {Amarillo, Azul, Rojo}
- **Regla de correspondencia:** "es color derivado de"

Por medio de esta regla de correspondencia podemos relacionar los elementos de ambos conjuntos, así



Observamos que de cada elemento del conjunto de partida se relaciona con dos elementos del conjunto de llegada.

Esto **no satisface la definición de Función:** es toda relación en la que por cada elemento del conjunto de partida se tiene asociado uno, y sólo un, elemento del conjunto de llegada. Por lo tanto esta relación **no es una función**.

2da relación. Podemos identificar:

- **Conjunto de partida** el que tiene como elementos Naranja, Azul, Verde, Rojo y Morado.
Conjunto de Partida: {Naranja, Azul, Verde, Rojo, Morado}
- **Conjunto de llegada** el que tiene como elementos Primario y Secundario.
Conjunto de Llegada: {Primario, Secundario}
- **Regla de correspondencia:** "es un color"

Por medio de esta regla de correspondencia podemos relacionar los elementos de ambos conjuntos, así:



Naranja es un color **Secundario**
Azul es un color **Primario**
Verde es un color **Secundario**
Rojo es un color **Primario**
Morado es un color **Secundario**

Esto **satisface la definición de Función**: es toda relación en la que por cada elemento del conjunto de partida se tiene asociado uno, y sólo un, elemento del conjunto de llegada. Por lo tanto esta relación **Si es una función**.

3ra relación. Podemos identificar:

- **Conjunto de partida** el que tiene como elementos 10, 6, 15, 3 y 1.
Conjunto de Partida: {10, 6, 15, 3, 1}
- **Conjunto de llegada** el que tiene como elementos 30, 12, 6, 2 y 20.
Conjunto de Llegada: {30, 12, 6, 2, 20}
- **Regla de correspondencia:** "es la mitad de"



10 es la mitad de 20
6 es la mitad de 12
15 es la mitad de 30
3 es la mitad de 6
1 es la mitad de 2

Por cada elemento del conjunto de partida se tiene asociado uno, y sólo un, elemento del conjunto de llegada. Esto satisface la definición de Función. Esta relación **Si es una Función**.

▶ FUNCIONES. Conceptos Fundamentales. Dominio.

Dominio. Es el conjunto de valores de x , pertenecientes al **conjunto de partida**, que tienen **imágenes** en el **conjunto de llegada**.

Escrito en notación de conjunto:

$$\text{Dom}_f = \{x \in A / f(x) = y, y \in B\}$$

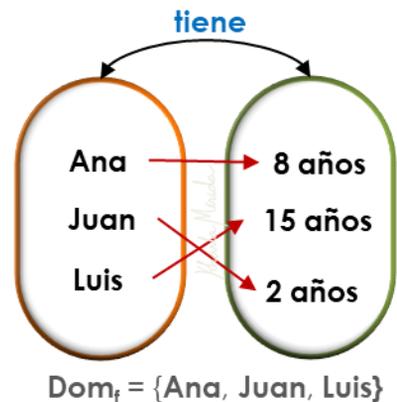
Se lee: Dominio de f es el conjunto de todos los x pertenecientes a A , tal que la **imagen de f** , es igual a y , con y perteneciente a B .

Veamos tres ejemplos de funciones y obtengamos su dominio.

Ejemplos

1ro. el **conjunto de partida** está formado por nombres, y el **conjunto de llegada** está formado por edades, y la regla de correspondencia es "tiene".

Todos los elementos del **conjunto de partida** tienen imágenes en el **conjunto de llegada** entonces el **Dominio** es el conjunto formado por **Ana, Juan y Luis**.

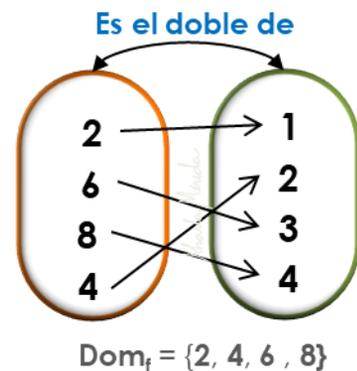


2do. el **conjunto de partida** está formado por 2, 6, 8 y 4, el **conjunto de llegada** está formado por 1, 2, 3 y 4, y la regla de correspondencia "es el doble de".

Las **imágenes de f** son:

$$f(2) = 1, f(6) = 3, f(8) = 4, f(4) = 2$$

Todos los elementos del **conjunto de partida** tienen imágenes en el **conjunto de llegada** entonces el **Dominio** es el conjunto formado por 2, 4, 6 y 8.

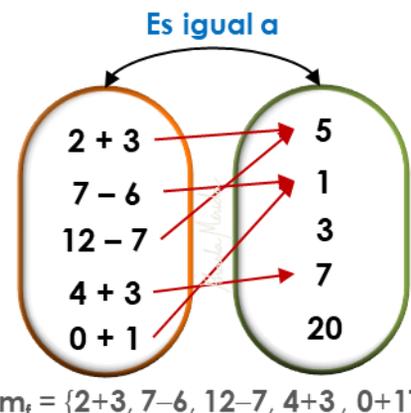


3ro. el **conjunto de partida** está formado por 2+3, 7-6, 12-7, 4+3 y 0+1, el **conjunto de llegada** está formado por 1, 3, 5, 7 y 20, y la regla de correspondencia "es igual a".

Las **imágenes de f** son:

$$f(2+3) = 5, f(7-6) = 1, f(12-7) = 5, f(4+3) = 7, f(0+1) = 1$$

Todos los elementos del **conjunto de partida** tienen imágenes en el **conjunto de llegada** entonces el **Dominio** es el conjunto formado por 2+3, 7-6, 12-7, 4+3 y 0+1.



▶ FUNCIONES. Conceptos Fundamentales. Rango.

Rango. Es el conjunto de valores de y , pertenecientes al conjunto de llegada, que son **imágenes** de algún elemento del conjunto de partida.

Escrito en notación de conjunto:

$$\text{Rgo}_f = \{y \in B / y = f(x), x \in A\}$$

Se lee: Rango de f es el conjunto de todos los y pertenecientes a B , tal que y es igual a $f(x)$, con x perteneciente a A .

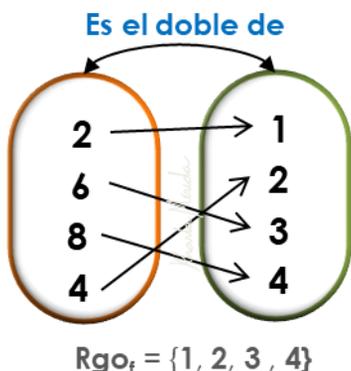
Observemos el Rango de los ejemplos presentados en la lección anterior.

1ro. todos los elementos del **conjunto de llegada** son imágenes de algún elemento del **conjunto de partida**.

El **Rango** de la función es el conjunto conformado por todos los elementos del conjunto de llegada: **8 años, 15 años y 2 años**.



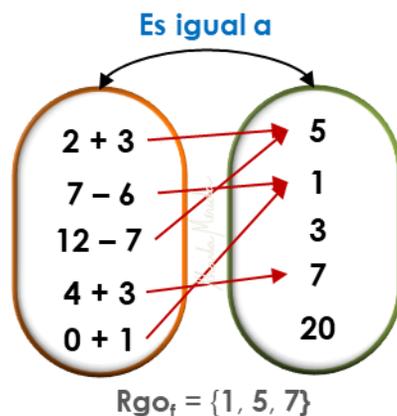
$$\text{Rgo}_f = \{8 \text{ años}, 15 \text{ años}, 2 \text{ años}\}$$



$$\text{Rgo}_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

2do. todos los elementos del **conjunto de llegada** son imágenes de algún elemento del **conjunto de partida**.

El **Rango** de la función es el conjunto conformado por todos los elementos del conjunto de llegada: **1, 2, 3 y 4**.

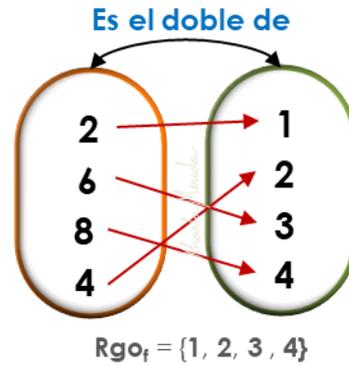
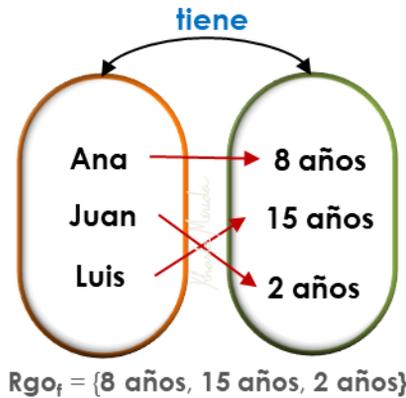


$$\text{Rgo}_f = \{1, 5, 7\}$$

3ro. Los elementos del **conjunto de llegada** que son imágenes de algún elemento del **conjunto de partida** son: **1, 5, 7**.

El **Rango** de la función es el conjunto conformado por estos números: **1, 5 y 7**.

Revisemos los tres ejemplos.

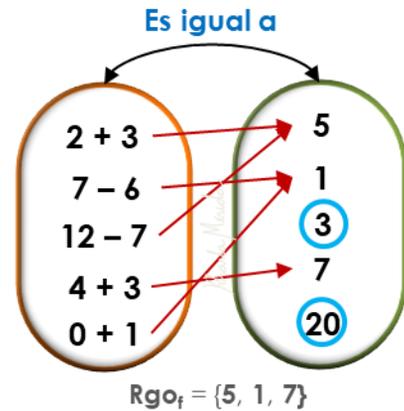


En el **1ro** y **2do**, todos los elementos del conjunto de llegada son imágenes, así que **el rango coincide con el conjunto de llegada**.

Mientras que en el **3ro** hay dos elementos del conjunto de llegada que no son imágenes entonces **el rango es un subconjunto del conjunto de llegada**, porque toma sólo 3 elementos de él.

Conjunto de Llegada: $\{5, 1, 3, 7, 20\}$

Rango: $\{1, 5, 7\}$

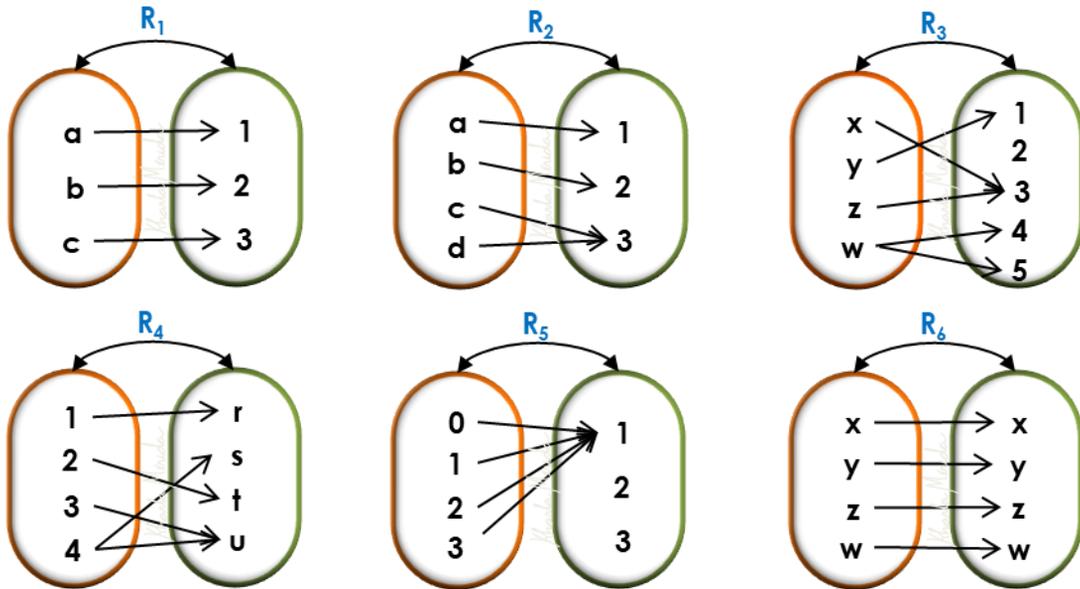


En resumen diremos entonces que

Rango. es el conjunto formado por los elementos del conjunto de llegada que son imágenes.

▶ FUNCIONES. Identificar Cuáles Relaciones son Funciones. Ejercicios 1 al 6.

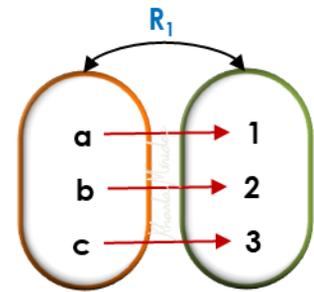
Identificar cuáles de las siguientes relaciones presentadas en diagramas de Venn son funciones, e indicar el Dominio y el Rango.



En la R_1 todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.

R_1 es función. Cuyo dominio está constituido por a, b y c , y cuyo rango está constituido por $1, 2$ y 3 .

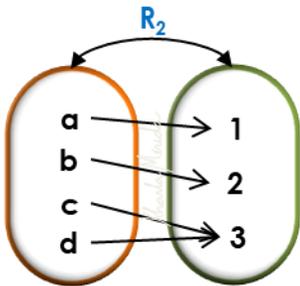
$$\text{Dom}_f = \{a, b, c\} \quad \text{Rgo}_f = \{1, 2, 3\}$$



En la R_2 todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.

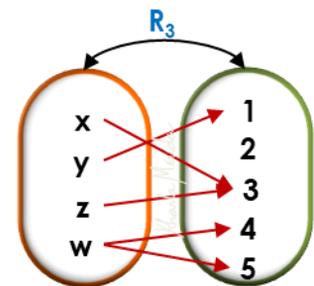
R_2 es función. Cuyo dominio está constituido por a, b, c y d , y cuyo rango está constituido solo por $1, 2$, y 3 .

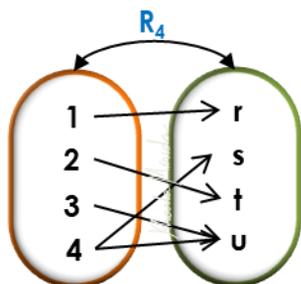
$$\text{Dom}_f = \{a, b, c, d\} \quad \text{Rgo}_f = \{1, 2, 3\}$$



En la R_3 el elemento w del conjunto de partida está relacionado con dos elementos del conjunto de llegada.

R_3 no es función.



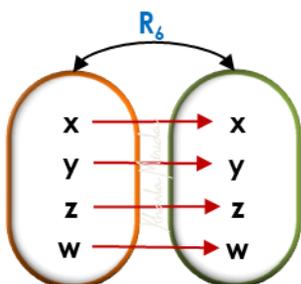
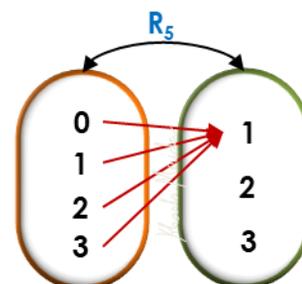


En la R_4 el elemento **4** del conjunto de partida está relacionado con dos elementos del conjunto de llegada.
 R_4 **no es función.**

En la R_5 todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.

R_5 **es función.** Cuyo dominio está constituido por **0, 1, 2** y **3**, y cuyo rango está constituido solo por **1**.

$$\text{Dom}_f = \{0, 1, 2, 3\} \quad \text{Rgo}_f = \{1\}$$



En la R_6 todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.

R_6 **es función.** Cuyo dominio está constituido por **x, y, z** y **w**, y cuyo rango está constituido por **x, y, z** y **w**.

$$\text{Dom}_f = \{x, y, z, w\} \quad \text{Rgo}_f = \{x, y, z, w\}$$

Emparejando el Lenguaje

Relación. Es una regla de correspondencia que asocia dos conjuntos.

Diagrama de Venn. Es una representación gráfica, con dos óvalos o círculos, que muestra la relación entre dos conjuntos.

Conjunto de Partida. Es el conjunto de elementos o valores independientes que serán procesados o transformados por una regla de correspondencia.

Conjunto de Llegada. Es el conjunto de elementos o valores dependientes que se obtienen de la regla de correspondencia de una relación.

Regla de Correspondencia. Es

Función. Es una relación en la que cada elemento del conjunto de partida está asociado con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.

Dominio. Es el conjunto de valores de x , pertenecientes al conjunto de partida, que tienen imágenes en el conjunto de llegada.

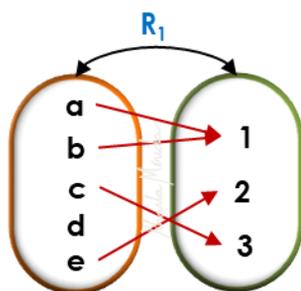
Imagen. Es el valor que se obtiene de cada elemento del dominio al ser procesado por la regla de correspondencia.

Rango. Es el conjunto constituido por elementos del conjunto de llegada que son imágenes de algún elemento del dominio.

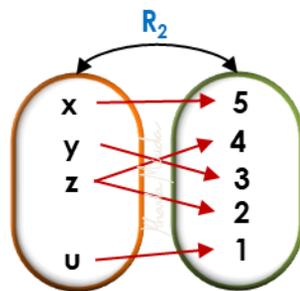
A Practicar

Identificar cuál de las siguientes relaciones son funciones, e indicar sus dominios y rangos:

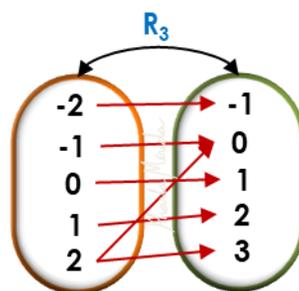
1.



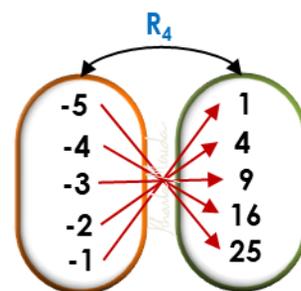
2.



3.



4.



Identificar cuál de las siguientes relaciones son funciones, e indicar sus dominios y rangos:

5. Las notas del 1er Lapso en las 7 materias cursadas por Carmen son:

$$M_1 = 12, M_2 = 15, M_3 = 14, M_4 = 11, M_5 = 12, M_6 = 16, M_7 = 15$$

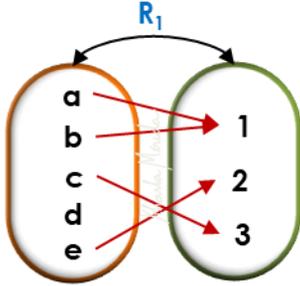
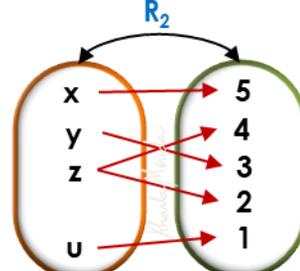
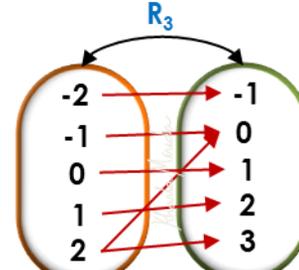
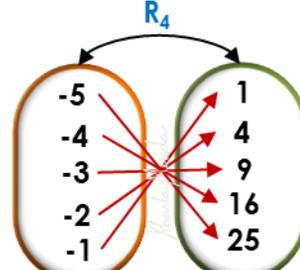
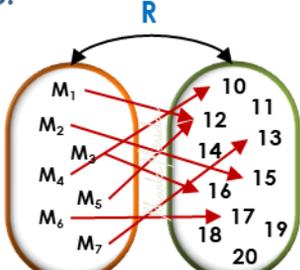
Realice un diagrama sagital de esta relación e indique si es función. En caso de serlo, indique Dominio, Conjunto de Llegada y Rango.

6. Los números de teléfono de 4 miembros de un club son:

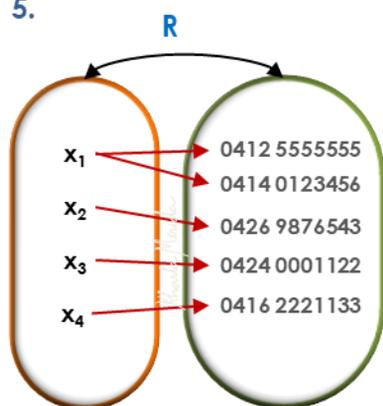
$$x_1 = 0412555555, x_2 = 04140123456, x_3 = 04269876543, x_4 = 04162221133$$

Realice un diagrama sagital de esta relación e indique si es función. En caso de serlo, indique Dominio, Conjunto de Llegada y Rango.

Lo Hicimos Bien?

1.  En R_1 todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.
 R_1 es función. Cuyo dominio está constituido por a, b, c y e , y cuyo rango está constituido por $1, 2$ y 3 .
2.  En R_2 el elemento z del conjunto de partida está relacionado con dos elementos del conjunto de llegada.
 R_2 no es función.
3.  En R_3 el elemento 2 del conjunto de partida está relacionado con dos elementos del conjunto de llegada.
 R_3 no es función.
4.  En R_4 todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.
 R_4 es función. Cuyo dominio está constituido por $-5, -4, -3, -2$ y -1 , y cuyo rango está constituido por $1, 4, 9, 16$ y 25 .
5.  En R todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con uno y sólo un elemento del conjunto de llegada.
 R es función. Su dominio está constituido por $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ y M_7 . El conjunto de llegada está constituido por todas las posibles notas a sacar, de 0 a 20 . Su rango está constituido por $10, 12, 13, 15, 16$ y 17 .

5.



En **R** el elemento x_1 del conjunto de partida está relacionado con dos elementos del conjunto de llegada.

R₃ no es función.